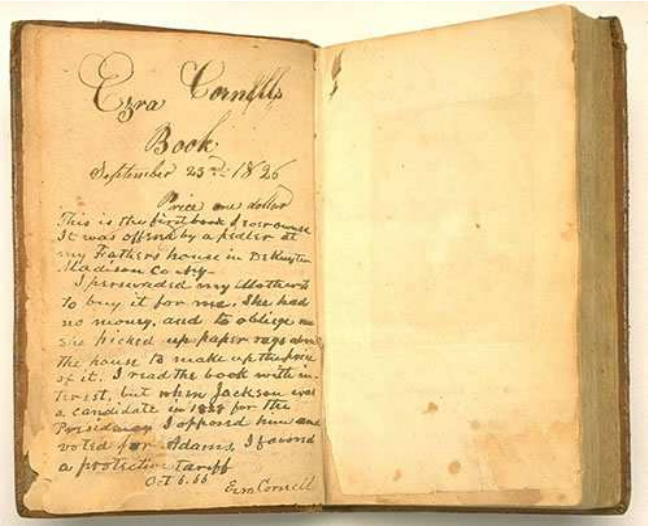
بسم الله الرحمن الرحیم

بزرگترین کتابخانه الکترونیکی در ایران


Ezra Cornell's Book.
September 23d 1826
Price one dollar
This is the first book I ever owned.
It was offered by a peddler at
my Father's house in Dryden
Madison County.
I persuaded my Mother to
to buy it for me. She had
no money, and to oblige me
she picked up paper rags about
the house to make up the four
of it. I read the book with in-
terest, but when Jackson was
a candidate in 1824 for the
Presidency I opposed him and
voted for Adams. I favored
a protective Tariff
Oct 6. 88
Ezra Cornell

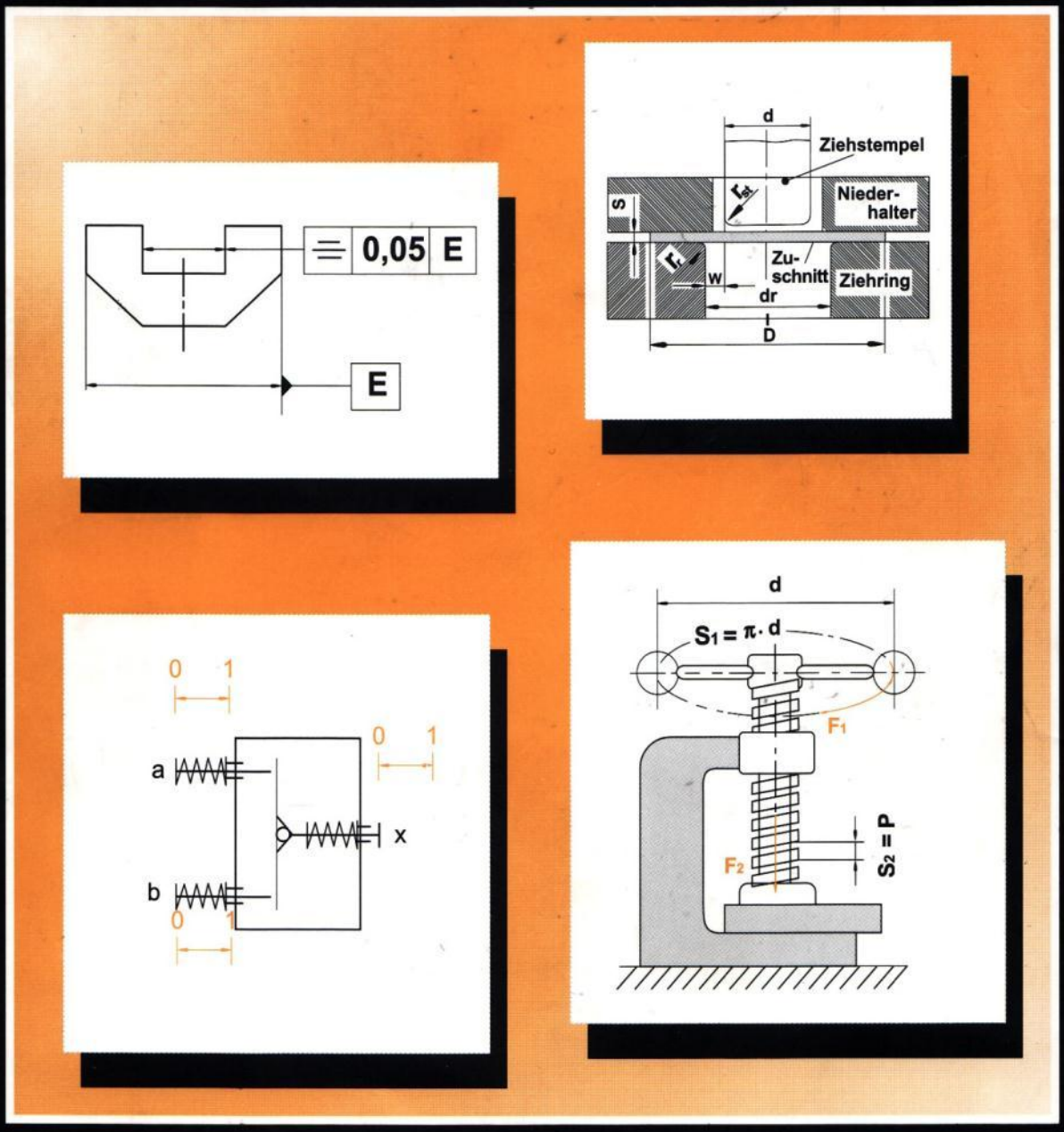
HTTP://WWW.PDF-BOOK.NET

جداول و استانداردهای طراحی و ماشین سازی

ویرایش ۲۰۰۸ ، ترجمه از مرجع آلمانی، چاپ دوازدهم

مولف : ... , Ulrich Fisher

مترجم : عبدا ... ولی نژاد



ویراستاران : م. فرامرزی، ج. وطن خواه، ا. باقری پور،

ر. کابلی، م. بینش، م. نجفی، ...

جداول و استانداردهای طراحی و ماشین سازی

مولفین : Ulrich Fisher, M.Heinzler, R.Kilgus,...

مترجم : عبدا... ولی‌نژاد Abdollah Valinejad

ویراستاران، مهندسین :

محمدرضا فرامرزی (بخش اجزاء ماشین و مقاومت مصالح)

جعفر وطن‌خواه دولت‌سرا (بخش شیمی و پلیمر)

محسن نجفی (بخش PLC)

سید رامین کابلی (بخش تلرانسها)

ابراهیم باقری‌پور (بخش جوشکاری و لحیم‌کاری)

جلال حقی (بخش CNC)

امیر خاکزاد (بخش مواد و خوردگی)

مسعود بینش (بخش کنترل کیفیت)

احمد ملکی (بخش نقشه‌کشی)

فاطمه ده‌پهلوان (بخش کامپیوتر)

نشر طراح

عنوان و نام پدیدآور	: جداول و استانداردهای طراحی و ماشین‌سازی/مولف اولریش فیشر ... [و دیگران]؛ مترجم عبدا... ولی نژاد؛ ویراستاران محمدرضا فرامرزی ... [و دیگران]
وضعیت ویراست	: [ویراست ۴؟]
مشخصات نشر	: تهران: طراح، ۱۳۸۷.
مشخصات ظاهری	: ۴۳۰ ص.: مصور (بخش رنگی).
شابک	: چاپ سی و دوم: 978-964-2917-20-4
وضعیت فهرست‌نویسی	: فیپا
یادداشت	: عنوان اصلی: .Tabellenbuch metal
یادداشت	: مولف اولریش فیشر، فردریش نیچر، ورنر روهر، مکس هینزلر استفان اوسترل، اندرس استفان، رولاند کیلگاس، هینز پاتزولد، رالف وینکو.
یادداشت	: ویراستاران محمدرضا فرامرزی، جعفر وطن‌خواه دولت‌سرا، محسن نجفی، رامین کابلی، ابراهیم باقری‌پور، جلال حقی، امیر خاکزاد، مسعود بینش، احمد ملکی، فاطمه ده‌پهلوان.
یادداشت	: در ویراست قبلی اولریش فیشر سرشناسه بوده است.
موضوع	: قطعات ماشین - - طراحی - - جدولها و نمودارها.
موضوع	: ماشین‌آلات - - طراحی - - جدولها و نمودارها.
موضوع	: قطعات ماشین - - طراحی - - استانداردها.
موضوع	: فلزکاری - - جدولها و نمودارها.
موضوع	: فلزکاری - - دستنامه‌ها.
شناسه افزوده	: فیشر، اولریش Fisher, Ulrich
شناسه افزوده	: ولی‌نژاد، عبدا...، ۱۳۳۹- ، مترجم.
شناسه افزوده	: فرامرزی، محمدرضا، ۱۳۳۴- ، ویراستار.
رده‌بندی کنگره	: ۱۳۸۷ ۴ج۹ف/TS۲۱۰
رده‌بندی دیویی	: ۶۷۱/۰۲۱۲
شماره کتابشناسی ملی	: ۱۱۸۲۳۰۲

کپی و تکثیر کتب نشر طراح در هر نوع ممکن ممنوع است. استفاده و درج قسمتهایی از کتاب در کتب، سررسیدها و کاتالوگهای تبلیغاتی و ... فقط با مجوز کتبی انتشارات طراح امکانپذیر است.

هر گونه تخلف، پیگرد قانونی دارد.

نشر طراح

شابک ۴ - ۲۰ - ۲۹۱۷ - ۹۶۴ - ۹۷۸

ISBN 978 - 964 - 2917 - 20 - 4

- **نام کتاب** : **جداول و استانداردهای طراحی و ماشین‌سازی**
- **مولفین** : Ulrich Fisher, M.Heinzler, R.Kilgus
- **مترجم** : عبدا... ولی‌نژاد
- **ویراستاران، مهندسین** : م. فرامرزی، ج. وطن‌خواه، ...
- **ناشر** : طراح
- **صفحه‌آرا** : فاطمه ده‌پهلوان
- **تیراژ** : ۲۰۰۰ **قیمت (چاپ رنگی) : ۶۵۰۰۰ ریال**
- **نوبت چاپ** : **دوازدهم**، پاییز ۱۳۸۸ **قیمت (چاپ سیاه و سفید) : ۵۰۰۰۰ ریال**

کلیه حقوق برای نشر طراح محفوظ است.

نشرطراح – روبه‌روی دانشگاه تهران – ساختمان فروزنده – طبقه دوم – واحد ۵۰۶

(۶۶۴۶ ۷۹۹۹ ✆، ۶۶۹۵ ۳۶۲۶ 🖷 و۳ ۱۱۲ ۱۱۲ ۰۹۱۲ 📱)

فهرست

۱ ریاضی ۹

۱-۱ جدول اعداد
جذر، مساحت دایره ۱۰
مقادیر توابع مثلثاتی ۱۱
مقادیر توابع مثلثاتی ۱۲

۱-۲ توابع مثلثاتی
تعاریف ۱۳
سینوس، کسینوس، قضیه تالس ۱۴

۱-۳ اصول پایه
محاسبات پرانتز، توان، ریشه گرفتن ۱۵
انواع معادلات ۱۶
ضرایب اعشاری واحدها، محاسبه بهره ۱۷
محاسبه درصد، محاسبه تناسب ۱۸

۱-۴ علایم فرمول، واحدها
علایم فرمول، علایم ریاضی ۱۹
کمیتهای پایه SI و واحدهای پایه ۲۰
واحدهای غیر SI ۲۲

۱-۵ طولها
محاسبات مثلث قائم‌الزاویه ۲۳
تقسیم طولها ۲۴
طولهای گسترده، طولهای خام ۲۵

۱-۶ مساحت
سطوح گوشه‌دار ۲۶
مثلث متوازی‌الاضلاع، چندضلعی، دایره ۲۷
سطوح گرد ۲۸

۱-۷ حجم و مساحت
مکعب، استوانه، هرم ۲۹
هرم ناقص، مخروط، مخروط ناقص، کره ۳۰
قطعات مرکب ۳۱

۱-۸ جرم (وزن)
محاسبه عمومی ۳۱
جرم طولی ۳۱
جرم سطحی ۳۱

۱-۹ مرکز ثقل
مرکز ثقل خطوط ۳۲
مرکز ثقل سطوح ۳۲

۲ فیزیک ۳۳

۲-۱ حرکت
حرکت یکنواخت و یکنواخت شتاب ثابت ۳۴
سرعت در ماشینها ۳۵

۲-۲ نیروها
ترکیب و تجزیه نیروها ۳۶
نیروی وزن و نیروی فنر ۳۶
قانون اهرم، نیروی تکیه‌گاه ۳۷
گشتاور چرخشی، نیروی گریز از مرکز ۳۷

۲-۳ کار، توان، بازده
کار مکانیکی ۳۸
ماشینهای ساده ۳۹
توان، بازده ۴۰

۲-۴ اصطکاک
نیروی اصطکاک ۴۱
ضریب اصطکاک ۴۱
اصطکاک در یاتاقانها ۴۱

۲-۵ فشار در مایعات و گازها
فشار، تعریف و انواع ۴۲
نیروی بالابری، فشار هیدروستاتیکی ۴۲
تغییر حالت گازها ۴۲

۲-۶ مقاومت مصالح
نحوه بارگذاری، انواع بارگذاری ۴۳
مقادیر استحکام، ضریب اطمینان ۴۴
تنش- کششی، - فشاری، - سطحی (لهیدگی) ۴۵
تنش برشی، تنش کمانشی ۴۶
تنش خمشی، تنش پیچشی ۴۷
استحکام وابسته به طرح و شکل ۴۸
ممان سطحی، مدول مقطع (محوری و قطبی) ۴۹
مقایسه شکل مقاطع مختلف ۵۰

۲-۷ گرما
دما، تغییر دما، انقباض ۵۱
مقدار گرما ۵۱
جریان گرما، گرمای احتراق ۵۲

۲-۸ الکتروتکنیک
قانون اهم، مقاومت سیمها ۵۳
مدار مقاومتها ۵۴
انواع جریان ۵۵
کار و توان الکتریکی ۵۶

فهرست

۳ نقشه‌کشی صنعتی ۵۷

۳-۱ ترسیمات هندسی
خط و زاویه ۵۸
خطوط مماس و اتصال دایروی ۵۹
دایره محاطی و محیطی، بیضی ۶۰
سیکلوئید، اولونت ۶۱

۳-۲ دیاگرامها
سیستمهای مختصات کارتزین ۶۲
انواع دیاگرامها ۶۳
نوموگرافی ۶۴

۳-۳ اصول نقشه‌کشی
علایم نوشتاری ۶۶
اعداد استاندارد، شعاع گردیها، مقیاسها ۶۷
کاغذهای نقشه‌کشی ۶۸
انواع خطوط ۶۹

۳-۴ نمایش در نقشه‌ها
روشهای تصویرکردن ۷۱
نماها ۷۳
نمایش برش ۷۵
هاشورها ۷۷

۳-۵ اندازه‌گذاری
اصول اندازه‌گذاری ۷۸
اجزاء نقشه‌کشی ۸۰
تلرانس‌گذاری ۸۲
انواع اندازه‌ها ۸۳
ساده کردن نقشه‌ها ۸۵

۳-۶ اجزاء ماشین
چرخدنده‌ها ۸۶
یاتاقانهای غلتشی (بلبیرینگها) ۸۷
کاسه‌نمدها (آب‌بندها) ۸۸
ساده کردن نقشه‌ها ۸۹

۳-۷ اجزاء قطعه‌کار
نافی روی قطعات تراشکاری، لبه قطعات ۹۰
طول خلاصی رزوه، گاه آزاد رزوه ۹۱
رزوه‌ها، اتصالات پیچی ۹۲
سوراخ مته مرغک، آجها، گاه آزاد ۹۳

۳-۸ جوشکاری و لحیم‌کاری
علایم ۹۵
مثالهای اندازه‌گذاری ۹۷

۳-۹ مشخصات سطوح
داده‌های سختکاری در نقشه‌ها ۹۹
انحرافات شکلی، صافی سطوح ۱۰۰
کنترل سطوح، اطلاعات سطوح ۱۰۱

۳-۱۰ تلرانسها و انطباقات
سیستم ثبوت سوراخ و ثبوت میله ۱۰۷
تلرانسهای عمومی ۱۱۱
توصیه انطباق، انتخاب انطباق ۱۱۲
انطباق یاتاقانهای غلتشی ۱۱۳
تلرانس‌گذاری هندسی و وضعی ۱۱۴
علایم ماشین‌سازی ۱۱۶

۴ تکنولوژی مواد ۱۱۷

۴-۱ مواد
مقادیر جامدات ۱۱۸
مقادیر مایعات، گازها ۱۱۹

۴-۲ فولادها، سیستم نامگذاری
تعریف و تقسیم‌بندی فولاد ۱۲۱
نامگذاری فولاد با شماره مواد ۱۲۱

۴-۳ فولادها
نگاه کلی ۱۲۷
فولادهای ساختمانی ۱۲۹
فولادهای کربوره، بهسازی، نیتروره و اتومات ۱۳۳
فولادهای ابزاری ۱۳۶
فولادهای زنگ‌نزن، فولادهای فنر ۱۳۷

۴-۴ فولادها، محصولات آماده
ورقها، تسمه‌ها، لوله‌ها ۱۴۰
پروفیلها ۱۴۴

۴-۵ عملیات حرارتی
فرآیندها ۱۵۴

۴-۶ چدنها
نام کوتاه، شماره مواد ۱۵۸
چدنها ۱۶۰

۴-۷ تکنیک ریخته‌گری
اندازه انقباض، تلرانس اندازه‌ها ۱۶۲

۴-۸ فلزات سبک، آلیاژهای آلومینیم
نگاه کلی ۱۶۳
آلیاژهای خمیری- آلومینیم ۱۶۵
آلیاژهای ریختگی آلومینیم ۱۶۷
پروفیلهای آلومینیمی ۱۶۸
آلیاژهای منیزیم و تیتانیم ۱۷۱

۴-۹ فلزات سنگین
نگاه کلی ۱۷۲
نامگذاری ۱۷۳
آلیاژهای مس ۱۷۴

۴-۱۰ سایر مواد ۱۷۶

۴-۱۱ مواد مصنوعی
نگاه کلی ۱۷۸
ترموپلاستها ۱۸۱
دوروپلاستها، الاستومترها ۱۸۳
فرآوری مواد مصنوعی ۱۸۵

۴-۱۲ آزمایش مواد- (نگاه کلی) ۱۸۷
آزمایش کشش ۱۸۹
آزمایش سختی ۱۹۱

۴-۱۳ خوردگی، حفاظت از خوردگی ۱۹۵

۴-۱۴ مواد خطرناک ۱۹۶

فهرست

۵ اجزاء ماشین ۲۰۱

۵-۱ **رزوه‌ها**- نگاه کلی ۲۰۲
رزوه‌های معمولی و دندانه‌ریز متریک ۲۰۴
رزوه‌های ویت‌ورث (Whitworth)، رزوه‌های لوله ۲۰۶
روزه‌های دندانه ذوزنقه‌ای و اره‌ای ۲۰۷
تلرانس رزوه‌ها ۲۰۸
۵-۲ **پیچها**- نگاه کلی ۲۰۹
مشخصه و درجه استحکام پیچها ۲۱۰
پیچهای سرشش‌گوش ۲۱۲
سایر پیچها ۲۱۵
محاسبه اتصالات پیچی ۲۲۱
قفل پیچها ۲۲۲
اندازه آچارگیر، انواع کلگی پیچ جهت بستن ۲۲۳
۵-۳ **خزینه‌ها**
خزینه پیچهای خزینه ۲۲۴
خزینه پیچهای سراستوانه‌ای و سرشش‌گوش ۲۲۵
۵-۴ **مهره‌ها**
نگاه کلی ۲۲۶
مشخصه مهره‌ها ۲۲۷
درجه استحکام مهره‌ها، مهره‌های شش‌گوش ۲۲۸
سایر مهره‌ها ۲۳۱
۵-۵ **واشرهای تخت**- نگاه کلی ۲۳۳
واشرهای تخت ۲۳۴
واشرهای اتصالات مقاوم، فنری و برجسته ۲۳۵
۵-۶ **پینها و بولتها**- نگاه کلی ۲۳۷
پینهای متحرک استوانه‌ای، مخروطی و فنری چاکدار ۲۳۸
پینهای- متحرک شیاردار،- متحرک با سر،- ثابت ۲۳۹
۵-۷، ۵-۸ **اتصالات محور- توپی**
خارها، خارهای گوه‌ای ۲۴۰
خارهای مستطیلی و ناخنی ۲۴۱
اتصالات هزارخاری و میخ‌پرچها ۲۴۲
مخروط ابزار ۲۴۳
۵-۹، ۵-۱۰ **فنرها، قالب‌سازی**
فنرها ۲۴۵
بوشهای سوراخکاری ۲۴۸
قطعات استاندارد قالب‌سازی ۲۵۲
۵-۱۱ **اجزاء محرک**
تسمه‌ها ۲۵۴
چرخدنده‌ها ۲۵۹
سیستمهای انتقال قدرت ۲۶۲
نمودار دور ۲۶۳
۵-۱۲ **یاتاقانها**
یاتاقانهای لغزشی- نگاه کلی ۲۶۴
یاتاقانهای غلتشی (بلبیرینگها)- نگاه کلی ۲۶۶
خارهای فنری، خارهای واشری ۲۷۲
اجزاء آب‌بند ۲۷۳
روغنهای روغنکاری ۲۷۴

۶ مهندسی تولید ۲۷۷

۶-۱ **مدیریت کیفیت**
استانداردهای ISO 9000...9004 ..... ۲۷۸
طرح‌ریزی کیفیت، هدایت کیفیت، کنترل کیفیت ۲۸۰
ارزیابی آماری، توزیع نرمال ۲۸۱
هدایت فرآیند آماری ۲۸۳
توانایی کیفیت، کارت کنترل کیفیت ۲۸۵
۶-۲ **طراحی تولید**
تعیین مدت زمان ۲۸۶
محاسبات هزینه ۲۸۸
۶-۳ **تولید با براده‌برداری**
مدت زمان اصلی ۲۹۱
روغنکاری- خنک‌کاری ۲۹۶
تکه‌های ویدیا ۲۹۸
نیروها و توانها ۳۰۱
داده‌های براده‌برداری : سوراخکاری، برقوکاری،..... ۳۰۵
مخروط‌تراشی ۳۰۸
داده‌های براده‌برداری : فرزکاری ۳۰۹
تقسیم با دستگاه تقسیم ۳۱۱
داده‌های براده‌برداری : سنگ‌زنی و هونینگ ۳۱۲
۶-۴ **اسپارک**
مقادیر مرجع در اسپارک ۳۱۷
فرآیند ۳۱۸
۶-۵ **جداکردن با برش**
نیروی برش ۳۱۹
ابعاد سنبه و ماتریس برش ۳۲۰
محل دنباله قالب، بازدهی نوار ۳۲۱
۶-۶ **شکل دادن**
خمکاری ۳۲۲
کشش عمیق ۳۲۴
۶-۷ **اتصالات جدانشدنی**
جوشکاری، فرآیندها ۳۲۶
آماده‌سازی درزها ۳۲۷
جوشکاری با گاز، کپسولها ۳۲۸
مصرف گاز و الکترود ۳۳۳
لحیمکاری ۳۳۵
چسبکاری ۳۳۸
۶-۸ **ایمنی کار و حفاظت محیط زیست**
ر.ک. به صفحات رنگی از صفحه ۳۹۳ تا ۴۰۹

فهرست

۷ مهندسی اتوماسیون و تکنولوژی اطلاعات ۳۴۱

۷-۱ مفاهیم پایه مهندسی کنترل
مفاهیم پایه، حروف مشخصه کاری ۳۴۲
کنترل کننده آنالوگ ۳۴۴
کنترل کننده دیجیتال ۳۴۵
منطق باینری ۳۴۶

۷-۲ مدارهای الکتروتکنیک
علایم اتصال ۳۴۷
نقشه‌های اتصال ۳۴۹
سنسورها ۳۵۰
اقدامات ایمنی ۳۵۱

۷-۳ پلان کار و دیاگرام کار
پلان کار، علایم ۳۵۲
دیاگرام کار، علایم ۳۵۵

۷-۴ هیدرولیک و نیوماتیک
علایم مدار ۳۵۷
مدارها ۳۵۹
کنترل ۳۶۰
روغنهای هیدرولیکی تحت فشار ۳۶۲
سیلندر نیوماتیکی ۳۶۳
محاسبه نیروها ۳۶۴
سرعتها و توان ۳۶۵
لوله‌های فولادی دقیق ۳۶۶

۷-۵ کنترل نرم‌افزاری (PLC)
زبانهای برنامه‌نویسی PLC ۳۶۷
دیاگرام نردبانی (LDR ≡ KOP) ۳۶۸
دیاگرام روندنما (FUP ≡ FBS) ۳۶۸
زبانهای متنی (ST) ۳۶۸
لیست دستورات ۳۶۹
توابع ساده و پایه ۳۷۰

۷-۶ تکنیک هندلینگ و ربات
سیستمهای مختصات و محورها ۳۷۲
ساختمان رباتها ۳۷۳
دستها، ایمنی کاری ۳۷۴

۷-۷ تکنولوژی CNC
محورها و سیستم مختصات ۳۷۵
ساختمان برنامه ۳۷۶
شرط مسیر، توابع اضافی ۳۷۷
تصحیح ابزار و مسیر ۳۷۹
حرکتهای کاری ۳۸۰
سیکلهای PAL در ماشینهای فرز ۳۸۲

۷-۸ تکنولوژی اطلاعات
سیستم اعداد ۳۸۸
علایم ASCII ۳۸۹
علایم پردازش و پلان اجرای برنامه ۳۹۰

صفحات رنگی ۳۹۳

فهرست استانداردهای عنوان شده در کتاب ۴۰۹

فهرست اعلام ۴۱۴

۱ ریاضی

۱-۱ جدول اعداد
جذر، مساحت دایره ۱۰
مقادیر توابع مثلثاتی سینوس، کسینوس ۱۱
مقادیر توابع مثلثاتی تانژانت، کتانژانت ۱۲

۱-۲ توابع مثلثاتی
تعاریف ۱۳
سینوس، کسینوس، تانژانت، کتانژانت ۱۳
سینوس، کسینوس ۱۴
زاویه، قضیه تالس ۱۴

۱-۳ اصول پایه
محاسبات پرانتز، توان، ریشه گرفتن ۱۵
انواع معادلات ۱۶
ضرایب اعشاری واحدها، محاسبه بهره ۱۷
محاسبه درصد، محاسبه تناسب ۱۸

۱-۴ علایم فرمول، واحدها
علایم فرمول، علایم ریاضی ۱۹
کمیتهای پایه SI و واحدهای پایه ۲۰
واحدهای غیر SI ۲۲

۱-۵ طولها
محاسبات مثلث قائم‌الزاویه ۲۳
تقسیم طولها ۲۴
طولهای گسترده، طولهای خام ۲۵

۱-۶ مساحت
سطوح گوشه‌دار ۲۶
مثلث متوازی‌الاضلاع، چندضلعی، دایره ۲۷
سطوح گرد ۲۸

۱-۷ حجم و مساحت
مکعب، استوانه، هرم ۲۹
هرم ناقص، مخروط، مخروط ناقص، کره ۳۰
قطعات مرکب ۳۱

۱-۸ جرم (وزن)
محاسبه عمومی ۳۱
جرم طولی ۳۱
جرم سطحی ۳۱

۱-۹ مرکز ثقل
مرکز ثقل خطوط ۳۲
مرکز ثقل سطوح ۳۲

d	$\sqrt{d}$	$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$
1	1,0000	0,7854
2	1,4142	3,1416
3	1,7321	7,0686

$$\text{سینوس} = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}}$$

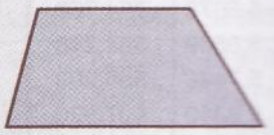
$$\text{کسینوس} = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}}$$

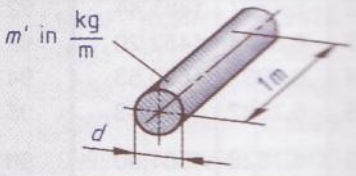
$$\text{تانژانت} = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}}$$

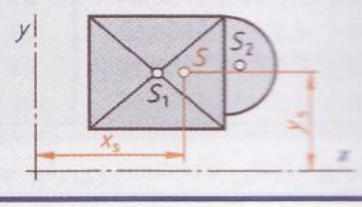
$$\text{کتانژانت} = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{ضلع مقابل}}$$

$$\frac{3}{x} + \frac{5}{x} = \frac{1}{x} \cdot (3 + 5)$$

$$1\ \text{kW} \cdot \text{h} = 3{,}6 \cdot 10^6\ \text{W} \cdot \text{s}$$







جذر (ریشه دوم)، مساحت دایره

d	$\sqrt{d}$	$A=\frac{\pi \cdot d^2}{4}$	d	$\sqrt{d}$	$A=\frac{\pi \cdot d^2}{4}$	d	$\sqrt{d}$	$A=\frac{\pi \cdot d^2}{4}$	d	$\sqrt{d}$	$A=\frac{\pi \cdot d^2}{4}$
1	1,0000	0,7854	51	7,1414	2042,82	101	10,0499	8011,85	151	12,2882	17907,9
2	1,4142	3,1416	52	7,2111	2123,72	102	10,0995	8171,28	152	12,3288	18145,8
3	1,7321	7,0686	53	7,2801	2206,18	103	10,1489	8332,29	153	12,3693	18385,4
4	2,0000	12,5664	54	7,3485	2290,22	104	10,1980	8494,87	154	12,4097	18626,5
5	2,2361	19,6350	55	7,4162	2375,83	105	10,2470	8659,01	155	12,4499	18869,2
6	2,4495	28,2743	56	7,4833	2463,01	106	10,2956	8824,73	156	12,4900	19113,4
7	2,6458	38,4845	57	7,5498	2551,76	107	10,3441	8992,02	157	12,5300	19359,3
8	2,8284	50,2655	58	7,6158	2642,08	108	10,3923	9160,88	158	12,5698	19606,7
9	3,0000	63,6173	59	7,6811	2733,97	109	10,4403	9331,32	159	12,6095	19855,7
10	3,1623	78,5398	**60**	7,7460	2827,43	**110**	10,4881	9503,32	**160**	12,6491	20106,2
11	3,3166	95,0332	61	7,8102	2922,47	111	10,5357	9676,89	161	12,6886	20358,3
12	3,4641	113,097	62	7,8740	3019,07	112	10,5830	9852,03	162	12,7279	20612,0
13	3,6056	132,732	63	7,9373	3117,25	113	10,6301	10028,7	163	12,7671	20867,2
14	3,7417	153,938	64	8,0000	3216,99	114	10,6771	10207,0	164	12,8062	21124,1
15	3,8730	176,715	65	8,0623	3318,31	115	10,7238	10386,9	165	12,8452	21382,5
16	4,0000	201,062	66	8,1240	3421,19	116	10,7703	10568,3	166	12,8841	21642,4
17	4,1231	226,980	67	8,1854	3525,65	117	10,8167	10751,3	167	12,9228	21904,0
18	4,2426	254,469	68	8,2462	3631,68	118	10,8628	10935,9	168	12,9615	22167,1
19	4,3589	283,529	69	8,3066	3739,28	119	10,9087	11122,0	169	13,0000	22431,8
20	4,4721	314,159	**70**	8,3666	3848,45	**120**	10,9545	11309,7	**170**	13,0384	22698,0
21	4,5826	346,361	71	8,4261	3959,19	121	11,0000	11499,0	171	13,0767	22965,8
22	4,6904	380,133	72	8,4853	4071,50	122	11,0454	11689,9	172	13,1149	23235,2
23	4,7958	415,476	73	8,5440	4185,39	123	11,0905	11882,3	173	13,1529	23506,2
24	4,8990	452,389	74	8,6023	4300,84	124	11,1355	12076,3	174	13,1909	23778,7
25	5,0000	490,874	75	8,6603	4417,86	125	11,1803	12271,8	175	13,2288	24052,8
26	5,0990	530,929	76	8,7178	4536,46	126	11,2250	12469,0	176	13,2665	24328,5
27	5,1962	572,555	77	8,7750	4656,63	127	11,2694	12667,7	177	13,3041	24605,7
28	5,2915	615,752	78	8,8318	4778,36	128	11,3137	12868,0	178	13,3417	24884,6
29	5,3852	660,520	79	8,8882	4901,67	129	11,3578	13069,8	179	13,3791	25164,9
30	5,4772	706,858	**80**	8,9443	5026,55	**130**	11,4018	13273,2	**180**	13,4164	25446,9
31	5,5678	754,768	81	9,0000	5153,00	131	11,4455	13478,2	181	13,4536	25730,4
32	5,6569	804,248	82	9,0554	5281,02	132	11,4891	13684,8	182	13,4907	26015,5
33	5,7446	855,299	83	9,1104	5410,61	133	11,5326	13892,9	183	13,5277	26302,2
34	5,8310	907,920	84	9,1652	5541,77	134	11,5758	14102,6	184	13,5647	26590,4
35	5,9161	962,113	85	9,2195	5674,50	135	11,6190	14313,9	185	13,6015	26880,3
36	6,0000	1017,88	86	9,2736	5808,80	136	11,6619	14526,7	186	13,6382	27171,6
37	6,0828	1075,21	87	9,3274	5944,68	137	11,7047	14741,1	187	13,6748	27464,6
38	6,1644	1134,11	88	9,3808	6082,12	138	11,7473	14957,1	188	13,7113	27759,1
39	6,2450	1194,59	89	9,4340	6221,14	139	11,7898	15174,7	189	13,7477	28055,2
40	6,3246	1256,64	**90**	9,4868	6361,73	**140**	11,8322	15393,8	**190**	13,7840	28352,9
41	6,4031	1320,25	91	9,5394	6503,88	141	11,8743	15614,5	191	13,8203	28652,1
42	6,4807	1385,44	92	9,5917	6647,61	142	11,9164	15836,8	192	13,8564	28952,9
43	6,5574	1452,20	93	9,6437	6792,91	143	11,9583	16060,6	193	13,8924	29255,3
44	6,6332	1520,53	94	9,6954	6939,78	144	12,0000	16286,0	194	13,9284	29559,2
45	6,7082	1590,43	95	9,7468	7088,22	145	12,0416	16513,0	195	13,9642	29864,8
46	6,7823	1661,90	96	9,7980	7238,23	146	12,0830	16741,5	196	14,0000	30171,9
47	6,8557	1734,94	97	9,8489	7389,81	147	12,1244	16971,7	197	14,0357	30480,5
48	6,9282	1809,56	98	9,8995	7542,96	148	12,1655	17203,4	198	14,0712	30790,7
49	7,0000	1885,74	99	9,9499	7697,69	149	12,2066	17436,6	199	14,1067	31102,6
50	7,0711	1963,50	**100**	10,0000	7853,98	**150**	12,2474	17671,5	**200**	14,1421	31415,9

مقادیر $\sqrt{d}$ و A گرد شده‌اند.

مقادیر توابع مثلثاتی سینوس و کسینوس

درجه ↓	sin 0° ... 45° — دقیقه → 0'	15'	30'	45'	60'	
0°	0,0000	0.0044	0,0087	0,0131	0,0175	89°
1°	0,0175	0.0218	0,0262	0,0305	0,0349	88°
2°	0,0349	0.0393	0,0436	0,0480	0,0523	87°
3°	0,0523	0.0567	0,0610	0,0654	0,698	86°
4°	0,0698	0,0741	0,0785	0,0828	0,0872	85°
5°	0,0872	0,0915	0,0958	0,1002	0,1045	84°
6°	0,1045	0,1089	0,1132	0,1175	0,1219	83°
7°	0,1219	0,1262	0,1305	0,1349	0,1392	82°
8°	0,1392	0,1435	0,1478	0,1521	0,1564	81°
9°	0,1564	0,1607	0,1650	0,1693	0,1736	**80°**
10°	0,1736	0,1779	0,1822	0,1865	0,1908	79°
11°	0,1908	0,1951	0,1994	0,2036	0,2079	78°
12°	0,2079	0,2122	0,2164	0,2207	0,2250	77°
13°	0,2250	0,2292	0,2334	0,2377	0,2419	76°
14°	0,2419	0,2462	0,2504	0,2546	0,2588	75°
15°	0,2588	0,2630	0,2672	0,2714	0,2756	74°
16°	0,2756	0,2798	0,2840	0,2882	0,2924	73°
17°	0,2924	0,2965	0,3007	0,3049	0,3090	72°
18°	0,3090	0,3132	0,3173	0,3214	0,3256	71°
19°	0,3256	0,3297	0,3338	0,3379	0,3420	**70°**
20°	0,3420	0,3461	0,3502	0,3543	0,3584	69°
21°	0,3584	0,3624	0,3665	0,3706	0,3746	68°
22°	0,3746	0,3786	0,3827	0,3867	0,3907	67°
23°	0,3907	0,3947	0,3987	0,4027	0,4067	66°
24°	0,4067	0,4107	0,4147	0,4187	0,4226	65°
25°	0,4226	0,4266	0,4305	0,4344	0,4384	64°
26°	0,4384	0,4423	0,4462	0,4501	0,4540	63°
27°	0,4540	0,4579	0,4617	0,4656	0,4695	62°
28°	0,4695	0,4733	0,4772	0,4810	0,4848	61°
29°	0,4848	0,4886	0,4924	0,4962	0,5000	**60°**
30°	0,5000	0,5038	0,5075	0,5113	0,5150	59°
31°	0,5150	0,5188	0,5225	0,5262	0,5299	58°
32°	0,5299	0,5336	0,5373	0,5410	0,5446	57°
33°	0,5446	0,5483	0,5519	0,5556	0,5592	56°
34°	0,5592	0,5628	0,5664	0,5700	0,5736	55°
35°	0,5736	0,5771	0,5807	0,5842	0,5878	54°
36°	0,5878	0,5913	0,5948	0,5983	0,6018	53°
37°	0,6018	0,6053	0,6088	0,6122	0,6157	52°
38°	0,6157	0,6191	0,6225	0,6259	0,6293	51°
39°	0,6293	0,6327	0,6361	0,6394	0,6428	**50°**
40°	0,6428	0,6461	0,6494	0,6528	0,6561	49°
41°	0,6561	0,6593	0,6626	0,6659	0,6691	48°
42°	0,6691	0,6724	0,6756	0,6788	0,6820	47°
43°	0,6820	0,6852	0,6884	0,6915	0,6947	46°
44°	0,6947	0,6978	0,7009	0,7040	0,7071	45°
	60'	45'	30'	15'	0'	↑ درجه
	دقیقه ← cos 45° ... 90°					

درجه ↓	sin 45° ... 90° — دقیقه → 0'	15'	30'	45'	60'	
45°	0,7071	0,7102	0,7133	0,7163	0,7193	44°
46°	0,7193	0,7224	0,7254	0,7284	0,7314	43°
47°	0,7314	0,7343	0,7373	0,7402	0,7431	42°
48°	0,7431	0,7461	0,7490	0,7518	0,7547	41°
49°	0,7547	0,7576	0,7604	0,7632	0,7660	**40°**
50°	0,7660	0,7688	0,7716	0,7744	0,7771	39°
51°	0,7771	0,7799	0,7826	0,7853	0,7880	38°
52°	0,7880	0,7907	0,7934	0,7960	0,7986	37°
53°	0,7986	0,8013	0,8039	0,8064	0,8090	36°
54°	0,8090	0,8116	0,8141	0,8166	0,8192	35°
55°	0,8192	0,8216	0,8241	0,8266	0,8290	34°
56°	0,8290	0,8315	0,8339	0,8363	0,8387	33°
57°	0,8387	0,8410	0,8434	0,8457	0,8480	32°
58°	0,8480	0,8504	0,8526	0,8549	0,8572	31°
59°	0,8572	0,8594	0,8616	0,8638	0,8660	**30°**
60°	0,8660	0,8682	0,8704	0,8725	0,8746	29°
61°	0,8746	0,8767	0,8788	0,8809	0,8829	28°
62°	0,8829	0,8850	0,8870	0,8890	0,8910	27°
63°	0,8910	0,8930	0,8949	0,8969	0,8988	26°
64°	0,8988	0,9007	0,9026	0,9045	0,9063	25°
65°	0,9063	0,9081	0,9100	0,9118	0,9135	24°
66°	0,9135	0,9153	0,9171	0,9188	0,9205	23°
67°	0,9205	0,9222	0,9239	0,9255	0,9272	22°
68°	0,9272	0,9288	0,9304	0,9320	0,9336	21°
69°	0,9336	0,9351	0,9367	0,9382	0,9397	**20°**
70°	0,9397	0,9412	0,9426	0,9441	0,9455	19°
71°	0,9455	0,9469	0,9483	0,9497	0,9511	18°
72°	0,9511	0,9524	0,9537	0,9550	0,9563	17°
73°	0,9563	0,9576	0,9588	0,9600	0,9613	16°
74°	0,9613	0,9625	0,9636	0,9648	0,9659	15°
75°	0,9659	0,9670	0,9681	0,9692	0,9703	14°
76°	0,9703	0,9713	0,9724	0,9734	0,9744	13°
77°	0,9744	0,9753	0,9763	0,9772	0,9781	12°
78°	0,9781	0,9790	0,9799	0,9808	0,9816	11°
79°	0,9816	0,9825	0,9833	0,9840	0,9848	**10°**
80°	0,9848	0,9856	0,9863	0,9870	0,9877	9°
81°	0,9877	0,9884	0,9890	0,9897	0,9903	8°
82°	0,9903	0,9909	0,9914	0,9920	0,9925	7°
83°	0,9925	0,9931	0,9936	0,9941	0,9945	6°
84°	0,9945	0,9950	0,9954	0,9958	0,9962	5°
85°	0,9962	0,9966	0,9969	0,9973	0,9976	4°
86°	0,9976	0,9979	0,9981	0,9984	0,9986	3°
87°	0,9986	0,9988	0,9990	0,9992	0,9994	2°
88°	0,9994	0,9995	0,9997	0,9998	0,99985	1°
89°	0,99985	0,99991	0,99996	0,99999	1,0000	**0°**
	60'	45'	30'	15'	0'	↑ درجه
	دقیقه ← cos 0° ... 45°					

مقادیر توابع مثلثاتی داده شده روی رقم چهارم بعد از ممیز گرد شده‌اند.

مقادیر توابع مثلثاتی تانژانت و کتانژانت

درجه ↓	tan 0° ... 45° — دقیقه → 0'	15'	30'	45'	60'	
0°	0,0000	0,0004	0,0087	0,0131	0,0175	89°
1°	0,0175	0,0218	0,0262	0,0306	0,0349	88°
2°	0,0349	0,0393	0,0437	0,0480	0,0524	87°
3°	0,0524	0,0568	0,0612	0,0655	0,0699	86°
4°	0,0699	0,0743	0,0787	0,0831	0,0875	85°
5°	0,0,875	0,0919	0,0963	0,1007	0,1051	84°
6°	0,1051	0,1095	0,1139	0,1184	0,1228	83°
7°	0,1228	0,1272	0,1317	0,1361	0,1405	82°
8°	0,1405	0,1450	0,1495	0,1539	0,1584	81°
9°	0,1584	0,1629	0,1673	0,1718	0,1763	**80°**
10°	0,1763	0,1808	0,1853	0,1899	0,1944	79°
11°	0,1944	0,1989	0,2035	0,2080	0,2126	78°
12°	0,2126	0,2171	0,2217	0,2263	0,2309	77°
13°	0,2309	0,2355	0,2401	0,2447	0,2493	76°
14°	0,2493	0,2540	0,2586	0,2633	0,2679	75°
15°	0,2679	0,2726	0,2773	0,2820	0,2867	74°
16°	0,2867	0,2915	0,2962	0,3010	0,3057	73°
17°	0,3057	0,3105	0,3153	0,3201	0,3249	72°
18°	0,3249	0,3298	0,3346	0,3395	0,3443	71°
19°	0,3443	0,3492	0,3541	0,3590	0,3640	**70°**
20°	0,3640	0,3689	0,3739	0,3789	0,3839	69°
21°	0,3839	0,3889	0,3939	0,3990	0,4040	68°
22°	0,4040	0,4091	0,4142	0,4193	0,4245	67°
23°	0,4245	0,4296	0,4348	0,4400	0,4452	66°
24°	0,4452	0,4505	0,4557	0,4610	0,4663	65°
25°	0,4663	0,4716	0,4770	0,4823	0,4877	64°
26°	0,4877	0,4931	0,4986	0,5040	0,5095	63°
27°	0,5095	0,5150	0,5206	0,5261	0,5317	62°
28°	0,5317	0,5373	0,5430	0,5486	0,5543	61°
29°	0,5543	0,5600	0,5658	0,5715	0,5774	**60°**
30°	0,5774	0,5832	0,5890	0,5949	0,6009	59°
31°	0,6009	0,6068	0,6128	0,6188	0,6249	58°
32°	0,6249	0,6310	0,6371	0,6432	0,6494	57°
33°	0,6494	0,6556	0,6619	0,6682	0,6745	56°
34°	0,6745	0,6809	0,6873	0,6937	0,7002	55°
35°	0,7002	0,7067	0,7133	0,7199	0,7265	54°
36°	0,7265	0,7332	0,7400	0,7467	0,7536	53°
37°	0,7536	0,7604	0,7673	0,7743	0,7813	52°
38°	0,7813	0,7883	0,7954	0,8026	0,8098	51°
39°	0,8098	0,8170	0,8243	0,8317	0,8391	**50°**
40°	0,8391	0,8466	0,8541	0,8617	0,8693	49°
41°	0,8693	0,8770	0,8847	0,8925	0,9004	48°
42°	0,9004	0,9083	0,9163	0,9244	0,9325	47°
43°	0,9325	0,9407	0,9490	0,9573	0,9657	46°
44°	0,9657	0,9742	0,9827	0,9913	1,0000	45°
	60'	45'	30'	15'	0'	↑ درجه
	دقیقه ←					
	cot 45° ... 90°					

درجه ↓	tan 45° ... 90° — دقیقه → 0'	15'	30'	45'	60'	
45°	1,0000	1,0088	1,0176	1,0265	1,0355	44°
46°	1,0355	1,0446	1,0538	1,0630	1,0724	43°
47°	1,0724	1,0818	1,0913	1,1009	1,1106	42°
48°	1,1106	1,1204	1,1303	1,1403	1,1504	41°
49°	1,1504	1,1606	1,1708	1,1812	1,1918	**40°**
50°	1,1918	1,2024	1,2131	1,2239	1,2349	39°
51°	1,2349	1,2460	1,2572	1,2685	1,2799	38°
52°	1,2799	1,2915	1,3032	1,3151	1,3270	37°
53°	1,3270	1,3392	1,3514	1,3638	1,3764	36°
54°	1,3764	1,3891	1,4019	1,4150	1,4281	35°
55°	1,4281	1,4415	1,4550	1,4687	1,4826	34°
56°	1,4826	1,4966	1,5108	1,5253	1,5399	33°
57°	1,5399	1,5547	1,5697	1,5849	1,6003	32°
58°	1,6003	1,6160	1,6319	1,6479	1,6643	31°
59°	1,6643	1,6808	1,6977	1,7147	1,7321	**30°**
60°	1,7321	1,7496	1,7675	1,7856	1,8040	29°
61°	1,8040	1,8228	1,8418	1,8611	1,8807	28°
62°	1,8807	1,9007	1,9210	1,9416	1,9626	27°
63°	1,9626	1,9840	2,0057	2,0278	2,0503	26°
64°	2,0503	2,0732	2,0965	2,1203	2,1445	25°
65°	2,1445	2,1692	2,1943	2,2199	2,2460	24°
66°	2,2460	2,2727	2,2998	2,3276	2,3559	23°
67°	2,3559	2,3847	2,4142	2,4443	2,4751	22°
68°	2,4751	2,5065	2,5386	2,5715	2,6051	21°
69°	2,6051	2,6395	2,6746	2,7106	2,7475	**20°**
70°	2,7475	2,7852	2,8239	2,8636	2,9042	19°
71°	2,9042	2,9459	2,9887	3,0326	3,0777	18°
72°	3,0777	3,1240	3,1716	3,2205	3,2709	17°
73°	3,2709	3,3226	3,3759	3,4308	3,4874	16°
74°	3,4874	3,5457	3,6059	3,6680	3,7321	15°
75°	3,7321	3,7983	3,8667	3,9375	4,0108	14°
76°	4,0108	4,0876	4,1653	4,2468	4,3315	13°
77°	4,3315	4,4194	4,5107	4,6057	4,7046	12°
78°	4,7046	4,8077	4,9152	5,0273	5,1446	11°
79°	5,1446	5,2672	5,3955	5,5301	5,6713	**10°**
80°	5,6713	5,8197	5,9758	6,1402	6,3138	9°
81°	6,3138	6,4971	6,6912	6,8969	7,1154	8°
82°	7,1154	7,3479	7,5958	7,8606	8,1443	7°
83°	8,1443	8,4490	8,7769	9,1309	9,5144	6°
84°	9,5144	9,9310	10,3854	10,8829	11,4301	5°
85°	11,4301	12,0346	12,7062	13,4566	14,3007	4°
86°	14,3007	15,2571	16,3499	17,6106	19,0811	3°
87°	19,0811	20,8188	22,9038	25,4517	28,6363	2°
88°	28,6363	32,7303	38,1885	45,8294	57,2900	1°
89°	57,2900	76,3900	114,5887	229,1817	∞	**0°**
	60'	45'	30'	15'	0'	↑ درجه
	دقیقه ←					
	cot 0° ... 45°					

مقادیر توابع مثلثاتی داده شده روی رقم چهارم بعد از ممیز گرد شده‌اند.

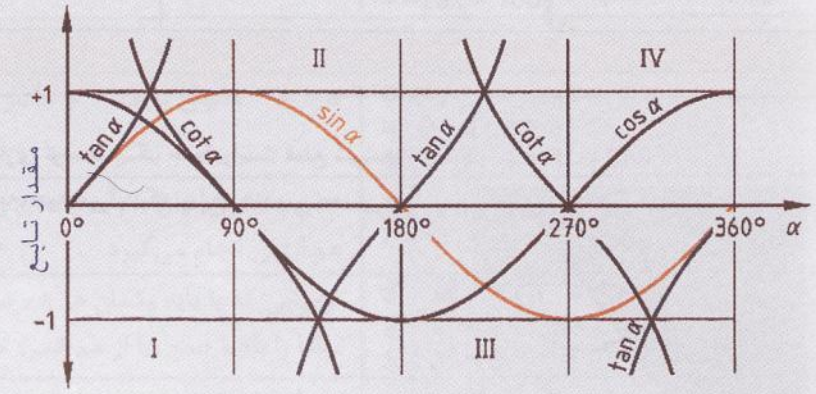
توابع مثلثاتی در مثلث قائم‌الزاویه

تعاریف

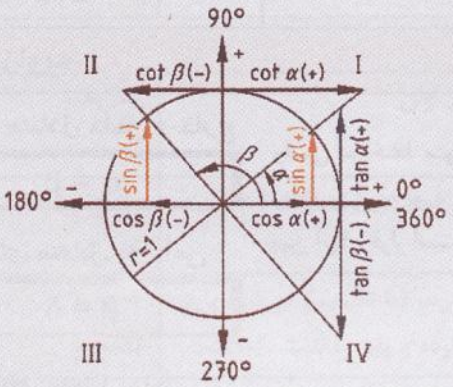
نامگذاری در مثلث قائم‌الزاویه	نامگذاری نسبتهای اضلاع	کاربرد: برای α ∢	کاربرد: برای β ∢
a ضلع مقابل زاویه α ، c وتر ، b ضلع مجاور زاویه α	سینوس = ضلع مقابل / وتر	$\sin\alpha = \frac{a}{c}$	$\sin\beta = \frac{b}{c}$
	کسینوس = ضلع مجاور / وتر	$\cos\alpha = \frac{b}{c}$	$\cos\beta = \frac{a}{c}$
a ضلع مجاور زاویه β ، c وتر ، b ضلع مقابل زاویه β	تانژانت = ضلع مقابل / ضلع مجاور	$\tan\alpha = \frac{a}{b}$	$\tan\beta = \frac{b}{a}$
	کتانژانت = ضلع مجاور / ضلع مقابل	$\cot\alpha = \frac{b}{a}$	$\cot\beta = \frac{a}{b}$

نمودار توابع مثلثاتی بین °0 و °360

نمودار توابع مثلثاتی



نمایش روی دایره مثلثاتی



مقادیر توابع زوایای بزرگتر از °90 را به مقادیر زوایای بین °0 و °90 ارجاع و سپس از جداول صفحه ۱۱ و ۱۲ خوانده می‌شود. علامت مقادیر توابع از نمودار توابع به‌دست می‌آید. با ماشین‌حساب مقدار تابع و علامت آن به‌طور مستقیم حساب می‌شود.

مثال : روابط ناحیه II

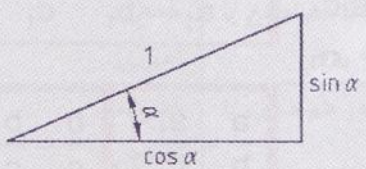
مثال : مقادیر توابع مثلثاتی زاویه °120 (در فرمول α = °30)		رابطه
$\cos 30° = +0{,}8660$	$\sin(90° + 30°) = \sin 120° = +0{,}8660$	$\sin(90° + \alpha) = +\cos\alpha$
$-\sin 30° = -0{,}5000$	$\cos(90° + 30°) = \cos 120° = -0{,}5000$	$\cos(90° + \alpha) = -\sin\alpha$
$-\cot 30° = -1{,}7321$	$\tan(90° + 30°) = \tan 120° = -1{,}7321$	$\tan(90° + \alpha) = -\cot\alpha$

مقادیر توابع مثلثاتی برای زوایای انتخابی

تابع	°0	°90	°180	°270	°360	تابع	°0	°90	°180	°270	°360
sin	0	+1	0	−1	0	tan	0	∞	0	∞	0
cos	+1	0	−1	0	+1	cot	∞	0	∞	0	∞

روابط بین توابع زاویه

$\tan\alpha \cdot \cot\alpha = 1$	$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$
$\cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$	$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$



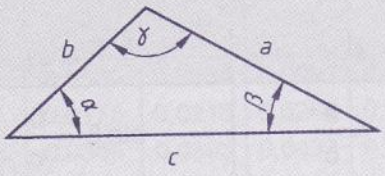
مثال : محاسبه $\tan\alpha$ از $\sin\alpha$ برای زاویه α = °30 :

$\tan\alpha = \sin\alpha/\cos\alpha = 0{,}5000/0{,}8660 = 0{,}5774$

توابع مثلثاتی در مثلث، انواع زاویه، قضیه تالس

تعریف سینوس کسینوس

قانون کسینوس	قانون سینوس
$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos\alpha$ $b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos\beta$ $c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos\gamma$	$a : b : c = \sin\alpha : \sin\beta : \sin\gamma$ $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$

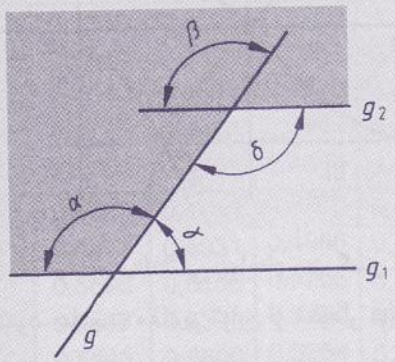


کاربرد توابع مثلثاتی در محاسبه اضلاع و زوایا

محاسبه زوایا		محاسبه اضلاع	
با قانون کسینوس	با قانون سینوس	با قانون کسینوس	با قانون سینوس
$\cos\alpha = \frac{b^2+c^2-a^2}{2 \cdot b \cdot c}$	$\sin\alpha = \frac{a \cdot \sin\beta}{b} = \frac{a \cdot \sin\gamma}{c}$	$a = \sqrt{b^2+c^2-2 \cdot b \cdot c \cdot \cos\alpha}$	$a = \frac{b \cdot \sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{c \cdot \sin\alpha}{\sin\gamma}$
$\cos\beta = \frac{a^2+c^2-b^2}{2 \cdot a \cdot c}$	$\sin\beta = \frac{b \cdot \sin\alpha}{a} = \frac{b \cdot \sin\gamma}{c}$	$b = \sqrt{a^2+c^2-2 \cdot a \cdot c \cdot \cos\beta}$	$b = \frac{a \cdot \sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{c \cdot \sin\beta}{\sin\gamma}$
$\cos\gamma = \frac{a^2+b^2-c^2}{2 \cdot a \cdot b}$	$\sin\gamma = \frac{c \cdot \sin\alpha}{a} = \frac{c \cdot \sin\beta}{b}$	$c = \sqrt{a^2+b^2-2 \cdot a \cdot b \cdot \cos\gamma}$	$c = \frac{a \cdot \sin\gamma}{\sin\alpha} = \frac{b \cdot \sin\gamma}{\sin\beta}$

انواع زاویه

وقتی دو خط موازی توسط یک خط راست قطع شود، زوایایی از برخورد به‌وجود می‌آید که روابط هندسی معینی بین آنها برقرار است.



زوایای متبادل داخل و خارج

$$\alpha = \beta$$

زوایای متقابل به رأس

$$\beta = \delta$$

زوایای متقابل داخلی

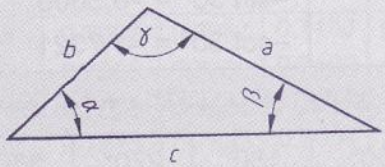
$$\alpha = \delta$$

زوایای مکمل

$$\alpha + \gamma = 180^\circ$$

مجموع زوایا در یک مثلث

در هر مثلث مجموع زوایای داخلی برابر 180° است.

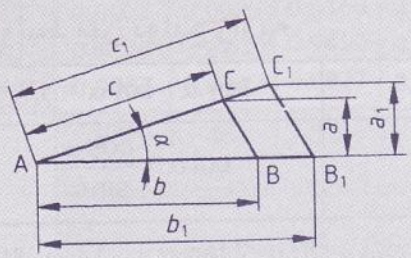


مجموع زوایا در مثلث

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

قضیه تالس

اگر دو خط گذر از نقطه A توسط خطهای موازی BC و B_1C_1 قطع شود نسبت پاره‌خطهای موازی و پاره‌خطهای روی خطوط گذر با هم برابر است.



قضیه تالس

$$\frac{a}{a_1} = \frac{b}{b_1} = \frac{c}{c_1}$$

$$\frac{b}{c} = \frac{b_1}{c_1}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a_1}{b_1}$$

محاسبات پرانتز، توان، ریشه‌گرفتن

محاسبات پرانتز

مثال	توضیح	نوع
$3 \cdot x + 5 \cdot x = x \cdot (3 + 5) = 8 \cdot x$ $\frac{3}{x} + \frac{5}{x} = \frac{1}{x} \cdot (3+5)$	عامل مشترک را قبل از پرانتز عبارت جمع یا تفریق قرار دهید.	ایجاد پرانتز
$\frac{a+b}{2} \cdot h = (a+b) \cdot \frac{h}{2}$	در عبارتهای کسری، عبارت کسردار را می‌توانید داخل پرانتز بگذارید.	
$5 \cdot (b + c) = 5b + 5c$ $(a + b) \cdot (c - d) = ac - ad + bc - bd$	در ضرب یک عامل در عبارت پرانتز باید هز جزء پرانتز در عامل ضرب شود.	رفع پرانتز
$(a + b) : c = a : c + b : c$ $\frac{a-b}{5} = \frac{a}{5} - \frac{b}{5}$	در تقسیم عبارت پرانتز بر یک عامل، هر جزء پرانتز باید بر عامل فوق تقسیم شود.	
$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$	حاصلضرب عبارتهای $(a + b)$ یا $(a - b)$ با یکدیگر و یا با خودشان فرمولهای مربع و مزدوج نامیده می‌شود.	فرمولهای اتحاد (مربع و مزدوج)
$a \cdot (3x - 5x) - b \cdot (12y - 2y)$ $= a \cdot (-2x) - b \cdot 10y$ $= -2ax - 10by$	در عبارتهای مرکب باید ابتدا عبارتها رفع پرانتز شود.	محاسبات مرکب

توان

$a^x = y$ $a \cdot a \cdot a \cdot a = a^4$ $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^4 = 256$	a پایه، x توان یا نما، y حاصل توان	تعریف
$3a^3 + 5a^3 - 4a^3$ $= a^3 \cdot (3 + 5 - 4) = 4a^3$	جمع و تفریق توان با پایه یکسان و نماهای یکسان مانند اعداد هم ارزش انجام می‌گیرد.	جمع تفریق
$a^4 \cdot a^2 = a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a = a^6$ $2^4 \cdot 2^2 = 2^{(4+2)} = 2^6 = 64$ $3^2 : 3^3 = 3^{(2-3)} = 3^{-1} = 1/3$	توانهایی که با پایه یکسان در هم ضرب (یا تقسیم) می‌شود باید نماها را باهم جمع (یا از هم کسر) کرده و پایه را ثابت نگه‌داشت.	ضرب تقسیم
$m^{-1} = \frac{1}{m^1} = \frac{1}{m}$ $a^{-3} = \frac{1}{a^3}$	اعداد با توان منفی را می‌توان به صورت کسری نوشت. بدین صورت که عبارت توان با علامت مثبت در مخرج قرار می‌گیرد.	توان منفی
$a^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{a^4}$	توانهای با نماهای کسری را می‌توان به صورت ریشه گرفتن بیان کرد.	توان کسری
$(m + n)^0 = 1$ $a^4 : a^4 = a^{(4-4)} = a^0 = 1$ $2^0 = 1$	حاصل توان با توان صفر برابر مقدار یک است.	توان صفر

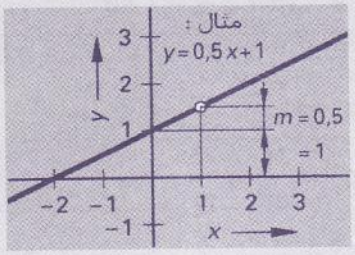
ریشه گرفتن

$\sqrt[x]{a} = y$ یا $a^{1/x} = y$	x توان یا نمای ریشه، a پایه ریشه، y حاصل ریشه	تعریف
$\sqrt[2]{9} = \pm 3$ $\sqrt[2]{-9} = +3i$	حاصل ریشه پایه مثبت با نمای ریشه زوج عبارت مثبت و منفی است. در مورد پایه منفی این حاصل عدد موهومی است.	علامت حاصل ریشه
$\sqrt[3]{8} = 2$ $\sqrt[3]{-8} = -2$	وقتی نمای ریشه فرد است در صورتی که پایه ریشه مثبت باشد حاصل ریشه مثبت و اگر منفی باشد حاصل ریشه منفی می‌شود.	
$\sqrt{a} + 3\sqrt{a} - 2\sqrt{a} = 2\sqrt{a}$	عبارت با نمای ریشه یکسان و پایه ریشه یکسان با هم جمع یا تفریق می‌شود.	جمع تفریق
$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$ $\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{n}} = \sqrt[3]{\frac{a}{n}}$	پایه عبارتهای با ریشه یکسان را می‌توان در هم ضرب یا تقسیم کرد.	ضرب تقسیم

انواع معادلات، اصول تغییر شکل معادلات

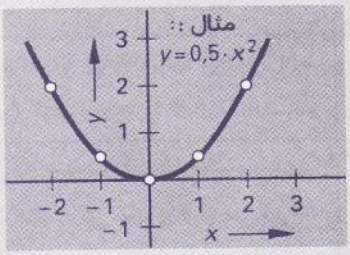
معادلات

نوع	توضیح	مثال
معادله کمیت	عبارتهای یکسان ارتباط بین کمیتها را نشان می‌دهند.	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
معادله مقدار عددی	تبدیل فوری واحدها و ثابتها به واحد SI در نتیجه فرمول. معادله مقدار عددی در کمیتهای مهندسی و یا جهت ساده کردن فرمولهای مهندسی به‌کار می‌رود	$P = \frac{M \cdot n}{9550}$؛ P به kW، وقتی n به 1/min و M به Nm
معادله مجهولی	محاسبه مقدار یک متغیر	$x + 3 = 8$ $x = 8 - 3 = 5$
معادله تابع	y تابع x است، x مستقل و y وابسته است. جفت اعداد (x/y) نمودار تابع را در سیستم مختصات x/y درست می‌کنند.	$y = f(x)$ عدد حقیقی $\rightarrow \Re$
	تابع ثابت نمودار خط راست به موازات محور x است	$y = f(x) = b$
	تابع نسبت نمودار خط راست گذر از مبدأ مختصات است.	$y = f(x) = mx$ $y = 2x$
	تابع خطی نمودار خطی با شیب m (ضریب زاویه) و عرض از مبدأ b است (مثال پایین).	$y = f(x) = mx + b$ $y = 0{,}5x + 1$
	تابع مربع نمودار هر تابع مربعی یک سهمی است (مثال پایین).	$y = f(x) = x^2$ $y = a_2x^2 + a_1x + a_0$



تابع خطی

$y = mx + b$



تابع خطی

$y = x^2$

اصول تغییر شکل معادله‌ها

شکل ظاهری معادلات طوری تغییر داده می‌شود که مقدار مطلوب بتنهایی در سمت چپ معادله قرار می‌گیرد.

جمع تفریق	به دو طرف معادله می‌توان مقادیر عددی یکسانی را اضافه یا از دو طرف آن کسر کرد. معادلات $x + 5 = 15$ و $x + 5 - 5 = 15 - 5$ هم‌ارز هستند.	$x + 5 = 15 \quad \vert -5$ $x + 5 - 5 = 15 - 5$ $x = 10$ $y - c = d \quad \vert +c$ $y - c + c = d + c$ $y = d + c$
ضرب تقسیم	دو طرف معادله را می‌توان در یک عدد ضرب و یا تقسیم‌کرد.	$a \cdot x = b \quad \vert : a$ $\frac{a \cdot x}{a} = \frac{b}{a}$ $x = \frac{b}{a}$
به توان رساندن	دو طرف معادله را می‌توان به توان یکسان رساند.	$\sqrt{x} = a + b \quad \vert ()^2$ $(\sqrt{x})^2 = (a+b)^2$ $x = a^2 + 2ab + b^2$
ریشه گرفتن	از دو طرف معادله می‌توان به طور یکسان ریشه گرفت.	$x^2 = a + b \quad \vert \sqrt{\ }$ $(\sqrt{x})^2 = \sqrt{a+b}$ $x = \pm\sqrt{a+b}$

ضرایب اعشاری واحدها، محاسبه بهره

ضرایب اعشاری واحدها

طبق DIN 1301-1 (2002-10)

واحد SI				ریاضی		
مثال		پیشوند		مقدار عددی	نام	توان ده
معنی	واحد	علامت	نام			
10^{18} Meter	Em	E	اکسا	1 000 000 000 000 000 000	تریلیون	10^{18}
10^{15} Meter	Pm	P	پتا	1 000 000 000 000 000	بیلیارد	10^{15}
10^{12} Volt	TV	T	ترا	1 000 000 000 000	بیلیون	10^{12}
10^{9} Watt	GW	G	گیگا	1 000 000 000	میلیارد	10^{9}
10^{6} Watt	MW	M	مگا	1 000 000	میلیون	10^{6}
10^{3} Newton	kN	k	کیلو	1 000	هزار	10^{3}
10^{2} Liter	hl	h	هکتو	100	صد	10^{2}
10^{1} Meter	dam	da	دکا	10	ده	10^{1}
10^{0} Meter	m	–	–	1	یک	10^{0}
10^{-1} Meter	dm	d	دسی	0,1	یک دهم	10^{-1}
10^{-2} Meter	cm	c	سانتی	0,01	یک صدم	10^{-2}
10^{-3} Volt	mV	m	میلی	0,001	یک هزارم	10^{-3}
10^{-6} Ampere	µA	µ	میکرو	0,000 001	یک میلیونیم	10^{-6}
10^{-9} Meter	nm	n	نانو	0,000 000 001	یک میلیاردم	10^{-9}
10^{-12} Farad	pF	p	پیکو	0,000 000 000 001	یک بیلیونیم	10^{-12}
10^{-15} Farad	fF	f	فمتو	0,000 000 000 000 001	یک بیلیاردم	10^{-15}
10^{-18} Meter	am	a	آتو	0,000 000 000 000 000 001	یک تریلیونیم	10^{-18}

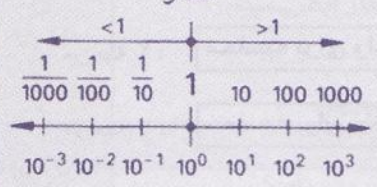
اعداد بزرگتر از یک با توان مثبت و کوچکتر از یک با توان منفی نشانداده می‌شوند.

مثال :

$$4300 = 4{,}3 \cdot 1000 = 4{,}3 \cdot 10^{3}$$

$$14638 = 1{,}4638 \cdot 10^{4}$$

$$0{,}07 = \frac{7}{100} = 7 \cdot 10^{-2}$$



محاسبه بهره (نام امروزی : سود تضمین شده)

حاصل بهره Z — سرمایه اولیه K_0 — سرمایه نهایی K_t — نرخ بهره (مقدار بهره درسال) p — مدت زمان به روزها t

$$Z = \frac{K_0 \cdot p \cdot t}{100\% \cdot 360}$$

1 سال بهره = 360 روز

360 روز = 12 ماه

1 ماه = 30 روز

مثال ۱ :

$K_0 = 2800{,}00\ \$;\ p = 6\frac{\%}{a};\ t = ½a;\ Z = ?$

$$Z = \frac{2800{,}00\ \$ \cdot 6\frac{\%}{a} \cdot 0{,}5a}{100\%} = \mathbf{84{,}00\ \$}$$

مثال ۲ :

$K_0 = 4800{,}00\ \$;\ p = 5{,}1\frac{\%}{a};\ t = 50\ d;\ Z = ?$

$$Z = \frac{4800{,}00\ \$ \cdot 5{,}1\frac{\%}{a} \cdot 50\,d}{100\% \cdot 360\frac{d}{a}} = \mathbf{34{,}00\ \$}$$

محاسبه بهره بهره در یک بار پرداخت

سرمایه نهایی K_n — سرمایه اولیه K_0 — حاصل بهره Z — مدت زمان n — نرخ بهره p — ضریب محاسبه سرمایه نهایی q

$$K_n = K_0 \cdot q^n$$

مثال :

$K_0 = 8000{,}00\ \$;\ n = 7$ سال$;\ p = 6{,}5\%;\ K_n = ?$

ضریب محاسبه سرمایه نهایی

$$q = 1 + \frac{p}{100\%}$$

$$q = 1 + \frac{6{,}5\%}{100\%} = 1{,}065$$

$$K_n = K_0 \cdot q^n = 8000{,}00\ \$ \cdot 1{,}065^7 = 8000{,}00\ \$ \cdot 1{,}553986$$

$$= \mathbf{12431{,}89\ \$}$$

محاسبه درصد، محاسبه تناسب

محاسبه درصد

حاصل درصد

$$P_w = \frac{G_w \cdot P_s}{100\%}$$

مقدار درصد بیان می‌کند که چند درصد باید محاسبه شود.
مقدار اصلی مقداری است که باید درصد آن محاسبه شود.
حاصل درصد مقداری است که از صد مقدار اصلی به‌دست می‌آید.
مقدار درصد P_s حاصل درصد P_w مقدار اصلی G_w

مثال ۱ :
وزن قطعه خام 250 kg (مقدار اصلی)، مقدار درصد اتلاف اکسید 2% (مقدار درصد)، مقدار اتلاف اکسیدی به kg = ؟ (حاصل درصد)

$$P_w = \frac{G_w \cdot P_s}{100\%} = \frac{250\,kg \cdot 2\%}{100\%} = \mathbf{5\,kg}$$

مقدار درصد

$$P_s = \frac{P_w}{G_w} \cdot 100\%$$

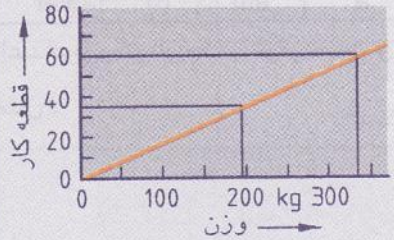
مثال ۲ :
وزن خام یک قطعه ریختگی 150 kg، وزن بعد از ماشینکاری 126 kg، مقدار وزن ماشینکاری شده به % = ؟

$$P_s = \frac{P_w}{G_w} \cdot 100\% = \frac{150\,kg - 126\,kg}{150\,kg} \cdot 100\% = \mathbf{16\%}$$

محاسبه تناسب

سه مرحله نسبتهای مستقیم

مثال : 60 زانویی 330 kg وزن دارد. وزن 35 زانویی چقدر است؟



مرحله ۱ : ادعا — 60 زانویی 330 kg وزن دارد.

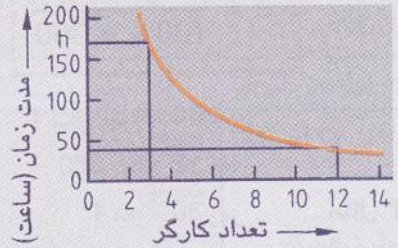
مرحله ۲ : محاسبه برای واحد : با تقسیم‌کردن — 1 زانویی $\frac{330\,kg}{60}$ وزن دارد.

مرحله ۳ : محاسبه برای چند مقدار: با ضرب‌کردن

35 زانویی $\frac{330\,kg \cdot 35}{60} = \mathbf{192{,}5\,kg}$ وزن دارد.

سه مرحله نسبتهای غیرمستقیم

مثال : 3 کارگر، برای انجام کاری 170 ساعت لازم دارند. برای انجام همین کار 12 کارگر چند ساعت لازم دارند؟



مرحله ۱ : ادعا — 3 کارگر برای انجام کاری 170 ساعت لازم دارند.

مرحله ۲ : محاسبه برای واحد : با ضرب‌کردن — 1 کارگر $3 \cdot 170\,h$ لازم دارد.

مرحله ۳ : محاسبه برای چند مقدار: با تقسیم‌کردن

12 کارگر $\frac{3 \cdot 170\,h}{12} = \mathbf{42{,}5\,h}$ وقت لازم دارد.

سه مرحله چندین نسبت

مثال :
5 کارگر 660 قطعه‌کار را در 24 روز می‌سازند. 9 کارگر 312 قطعه‌کار از همان قطعات را در چند روز تولید می‌کنند؟

سه مرحله ۱ :
5 کارگر 660 قطعه‌کار را در 24 روز تولید می‌کنند.
1 کارگر 660 قطعه‌کار را در $5 \cdot 24$ روز تولید می‌کند.
9 کارگر 660 قطعه‌کار را در $\frac{24 \cdot 5}{9}$ روز تولید می‌کنند.

سه مرحله ۲ :
9 کارگر 660 قطعه‌کار را در $\frac{24 \cdot 5}{9}$ روز تولید می‌کنند.
9 کارگر 1 قطعه‌کار را در $\frac{24 \cdot 5}{9 \cdot 660}$ روز تولید می‌کنند.
9 کارگر 312 قطعه‌کار را در روز $\frac{24 \cdot 5 \cdot 312}{9 \cdot 660} = \mathbf{6{,}3}$ تولید می‌کنند.

علایم فرمول، علایم ریاضی

علایم فرمول

طبق DIN 1304-1 (1994-03)

معنی	علایم	معنی	علایم	معنی	علایم
طول، سطح، حجم، زاویه					
زاویه مسطح	α, β, γ	شعاع	r, R	طول	l
زاویه فضایی	Ω	قطر	d, D	عرض	b
طول موج	λ	مساحت، سطح مقطع	A, S	ارتفاع	h
		حجم	V	مسافت	s
مکانیک					
مدول برشی، مدول یانگ	G	نیرو	F	جرم	m
ضریب اصطکاک	μ, f	نیروی وزن	F_G, G	جرم طولی (جرم واحد طولی)	m'
ممان سطحی محوری	W	گشتاور چرخشی	M	جرم سطحی (جرم واحد سطح)	m"
ممان سطحی محوری درجه 2	I	گشتاور پیچشی	T	جرم مخصوص	ϱ
کار، انرژی	W, E	گشتاور خمشی	M_b	ممان اینرسی درجه 2	J
انرژی پتانسیل	W_p, E_p	تنش نرمال	σ	فشار	p
انرژی جنبشی	W_k, E_k	تنش برشی	τ	فشار مطلق	p_{abs}
توان	P	درصد تغییر طول نسبی	ε	فشار هوا، فشار جو	p_{amb}
بازده	η	مدول الاستیسیته	E	فشار نسبی	p_e
زمان					
شتاب	a	فرکانس	f, ν	زمان، مدت زمان	t
شتاب ثقل آزاد، شتاب جاذبه	g	سرعت	v, u	پریود، مدت زمان تناوب	T
شتاب زاویه‌ای	α	سرعت زاویه‌ای	ω	دوره فرکانس دورانی	n
گذر حجمی، دبی	Q, V, q_v				
الکتریسیته					
مقاومت راکتانس	X	اندوکتانس، خودالقایی	L	بار، مقدار الکتریسیته	Q
مقاومت ظاهری	Z	مقاومت	R	ولتاژ	V, U
زاویه جابه‌جایی فاز	φ	مقاومت مخصوص	ϱ	ظرفیت	C
تعداد حلقه	N	قابلیت رسانایی الکتریکی	γ, χ	شدت جریان	I
گرما					
جریان گرما	$\Phi, \dot{Q}$	گرما، مقدار گرما	Q	دمای ترمودینامیکی	T, Θ
رسانایی دما	a	قابلیت رسانایی گرما	λ	اختلاف دما	$\Delta T, \Delta t, \Delta\vartheta$
ظرفیت گرمایی ویژه	c	ضریب انتقال گرما	α	دمای سلسیوس	t, ϑ
قدرت گرمایی ویژه	H_u	ضریب عبور گرما	k	ضریب انبساط حرارتی طولی	α_l, α
نور، تابش الکترومغناطیسی					
شدت تابش	I_e	فاصله کانونی	f	شدت روشنایی	E_v
انرژی تابشی	Q_e, W	ضریب شکست	n		
صوت					
بلندی صدا	N	سطح فشار صوت	L_P	فشار صوت	p
سطح صوت	L_N	شدت صوت	I	سرعت صوت	c

علایم ریاضی

طبق DIN 1302 (1999-12)

نحوه خواندن	علایم	نحوه خواندن	علایم	نحوه خواندن	علایم
لگاریتم (عمومی)	log	متناسب	~	تقریبا مساوی، گرد، تقریب	$\approx$
لگاریتم پایه 10	lg	a به توان x، توان x پایه a	a^x	مطابق است	$\hat{=}$
لگاریتم طبیعی یا نپرین (پایه e)	ln	جذر (ریشه دوم)	$\sqrt{}$	و غیره، تا	...
عدد اویلر، نپرین (...e=2,718)	e	ریشه nام	$\sqrt[n]{}$	بینهایت	∞
سینوس	sin	قدر مطلق x	$\lvert x \rvert$	مساوی	=
کسینوس	cos	عمود بر	$\perp$	نامساوی	$\neq$
تانژانت	tan	موازی است با	$\parallel$	طبق تعریف مساوی است	$\overset{\text{def}}{=}$
کتانژانت	cot	موازی و هم‌جهت	$\uparrow\uparrow$	کوچکتر از	<
پرانتز، کروشه، آکلاد باز و بسته	(), [ ], { }	موازی و مخالف جهت	$\uparrow\downarrow$	کوچکتر از یا مساوی	$\leq$
		زاویه	$\sphericalangle$	بزرگتر از	>
عدد پی (... = 3,14159)	π	مثلث	$\triangle$	بزرگتر از یا مساوی	$\geq$
		منطبق، همسان	$\cong$	جمع، بعلاوه	+
طول پاره خط AB	$\overline{AB}$	دلتا x	Δx	تفریق، منها	−
طول کمان AB	$\overset{\frown}{AB}$	(اختلاف دو مقدار)		ضربدر، ضرب	·
a پریم، a زگوند	a', a"	درصد	%	تقسیم، بخش بر	−, /, :
a یک، a دو	a_1, a_2	در هزار	‰	جمع	Σ

واحدهای اندازه‌گیری

کمیتهای پایه SI[1] و واحدهای پایه

DIN 1301-1 (2002-10), -2 (1978-02), -3 (1979-10)

شدت نور	مقدار ماده	دمای ترمودینامیکی	شدت جریان الکتریکی	زمان	جرم	طول	کمیت پایه
کاندلا	مول	کلوین	آمپر	ثانیه	کیلوگرم	متر	واحد پایه
cd	mol	K	A	s	kg	m	علامت واحد

۱) واحدهای اندازه‌گیری در سیستم آحاد بین‌المللی (SI = System International d'Unités) تعیین شده‌اند. این واحدها براساس هفت واحد پایه (واحدهای SI) بنا شده‌اند و سایر واحدها از آن مشتق شده‌اند.

کمیتهای پایه، کمیتهای مشتق شده و واحدهای آنها

کمیت	علایم فرمول	واحد: نام	واحد: علامت	رابطه	ملاحظات مثالهای کاربردی
طول، سطح، حجم، زاویه					
طول	l	متر	m	1 m = 10 dm = 100 cm = 1000 mm 1 mm = 1000 µm 1 km = 1000 m	1 inch = 1 Zoll = 25,4 mm در سفر هوایی و دریایی می‌توان نوشت : 1 = 1852 m مایل دریایی بین‌المللی
سطح	A, S	متر مربع آر هکتار	m^2 a ha	$1\ m^2 = 10\,000\ cm^2 = 1\,000\,000\ mm^2$ $1\ a = 100\ m^2$ $1\ ha = 100\ a = 10\,000\ m^2$ $100\ ha = 1\ km^2$	علامت S فقط برای سطح مقطع به‌کار می‌رود. آر و هکتار فقط برای مساحت تکه‌های زمین به‌کار می‌رود.
حجم	V	متر مکعب لیتر	m^3 l, L	$1\ m^3 = 1000\ dm^3 = 1\,000\,000\ cm^3$ $1\ l = 1\ L = 1\ dm^3 = 10\ dl = 0{,}001\ m^3$ $1\ ml = 1\ cm^3$	غالبا برای مایعات و گازها
زاویه مسطح	α, β, γ ...	رادیانت درجه دقیقه ثانیه	rad ° ' "	1 rad = 1 m/m = 57,2957 ...° = 180°/π 1° = π/180 rad = 60' 1' = 1°/60 = 60" 1" = 1'/60 = 1°/3600	1 rad زاویه‌ای است که نقطه روی دایره به شعاع 1 m، کمانی به طول 1 m طی می‌کند. در محاسبات فنی به جای α = 33° 17' 27,6" بهتر است α = 33,291° به‌کار رود.
زاویه فضایی	Ω	استرادیان	sr	1 sr = 1 m^2/m^2	گسترش قطعه‌ای در یک راستا به اندازه 1° و در راستای عمود بر آن هم 1°، زاویه فضایی به اندازه 1 sr را می‌پوشاند.
مکانیک					
جرم	m	کیلوگرم گرم تن	kg g t	1 kg = 1000 g 1 g = 1000 mg 1 t = 1000 kg = 1 Mg 0,2 g = 1 Kt	وزن به مفهوم نتیجه اندازه‌گیری با ترازو کمیتی از نوع جرم است (واحد kg). جرم سنگهای قیمتی به قیراط (Kt) بیان‌می‌شود.
جرم طولی (جرم واحد طول)	m'	کیلوگرم بر متر	kg/m	1 kg/m = 1 g/mm	برای محاسبه جرم (وزن) مفتولها، پروفیلها و لوله‌ها به‌کار می‌رود.
جرم سطحی (جرم واحد سطح)	m"	کیلوگرم بر متر به توان دو	kg/m^2	$1\ kg/m^2 = 0{,}1\ g/cm^2$	برای محاسبه جرم (وزن) ورقها به‌کار می‌رود.
جرم مخصوص	ϱ	کیلوگرم بر متر به توان سه	kg/m^3	$1000\ kg/m^3 = 1\ t/m^3 = 1\ kg/dm^3 = 1\ g/cm^3 = 1\ g/ml = 1\ mg/mm^3$	جرم مخصوص کمیت مستقل از مکان است.

واحدهای اندازه‌گیری

کمیتها و واحدها *(ادامه)*

کمیت	علایم فرمول	واحد نام	واحد علامت	رابطه	ملاحظات، مثالهای کاربردی
مکانیک					
ممان اینرسی درجه 2	J	کیلوگرم در متر به توان دو	$kg \cdot m^2$	برای یک جسم هموژن می‌توان نوشت : $J = \varrho \cdot r^2 \cdot V$	ممان اینرسی علاوه بر جرم کلی قطعه به شکل و موقعیت محور دوران هم بستگی دارد.
نیرو نیروی وزن	F F_G, G	نیوتن	N	$1\ N = 1 \frac{kg \cdot m}{s^2} = 1 \frac{J}{m}$ $1\ MN = 10^3\ kN = 1\ 000\ 000\ N$	1 N نیرویی است که اگر بر جسمی به جرم 1 kg وارد شود، در مدت 1 s باعث تغییر سرعت آن به اندازه 1 m/s گردد.
گشتاور چرخشی گشتاور خمشی گشتاور پیچشی	M M_b T	نیوتن در متر	$N \cdot m$	$1\ N \cdot m = 1 \frac{kg \cdot m}{s^2}$	گشتاور 1 N · m گشتاور حاصل از نیروی 1 N روی طول اهرم به طول 1 m می‌باشد.
ضربه	p	کیلوگرم در متر بر ثانیه	$kg \cdot m/s$	$1\ kg \cdot m/s = 1\ N \cdot s$	ضربه حاصلضرب جرم در سرعت است، راستای آن هم جهت با سرعت است.
فشار تنش مکانیکی	p σ, τ	پاسکال نیوتن بر میلی‌متر به توان دو	Pa N/mm^2	$1\ Pa = 1\ N/m^2 = 0,01\ mbar$ $1\ bar = 100\ 000\ N/m^2 = 10\ N/cm^2 = 10^5\ Pa$ $1\ mbar = 1\ hPa$ $1\ N/mm^2 = 10\ bar = 1\ MN/m^2 = 1\ MPa$ $1\ daN/cm^2 = 0,1\ N/mm^2$	منظور از فشار مقدار نیرو بر واحد سطح است. علامت فشار نسبی p_e است (DIN 1314). 1 bar = 14,5 psi (پوند بر اینچ مربع)
ممان سطحی درجه 2	I	متر به توان چهار سانتی‌متر به توان چهار	m^4 cm^4	$1\ m^4 = 100\ 000\ 000\ cm^4$	–
انرژی، کار، مقدار گرما	E, W	ژول	J	$1\ J = 1\ N \cdot m = 1\ W \cdot s = 1\ kg \cdot m^2/s^2$	ژول برای هر نوع انرژی، واحد kW · h برای انرژی الکتریکی بهتر است.
توان جریان گرما	P Φ	وات	W	$1\ W = 1\ J/s = 1\ N \cdot m/s = 1\ V \cdot A = 1\ m^2 \cdot kg/s^3$	توان کاری را توصیف می‌کند که در واحد زمان انجام می‌شود.
زمان					
زمان، مدت زمان	t	ثانیه دقیقه ساعت روز سال	s min h d a	$1\ min = 60\ s$ $1\ h = 60\ min = 3600\ s$ $1\ d = 24\ h = 86\ 400\ s$	3 h مدت زمان به طول 3 ساعت است، 3^h نقطه زمانی ساعت 3 است. نقطه زمانی به صورت مرکب بیان‌می‌شود : $3^h24^m10^s$
فرکانس	f, ν	هرتز	Hz	$1\ Hz = 1/s$	1 نوسان در یک ثانیه ≙ 1 Hz
دور، فرکانس دورانی	n	1 بر ثانیه 1 بر دقیقه	1/s 1/min	$1/s = 60/min = 60\ min^{-1}$ $1/min = 1\ min^{-1} = \frac{1}{60\ s}$	تعداد دوران بر واحد زمان، دور را تعریف می‌کند که فرکانس دورانی هم نامیده می‌شود.
سرعت	v	متر بر ثانیه متر بر دقیقه کیلومتر بر ساعت	m/s m/min km/h	$1\ m/s = 60\ m/min = 3,6\ km/h$ $1\ m/min = \frac{1\ m}{60\ s}$ $1\ km/h = \frac{1\ m}{3,6\ s}$	سرعت در سفرهای دریایی به گره (kn) بیان می‌شود : 1 kn = 1,852 km/h meil per hour = 1 mile/h = 1 mph 1 mph = 1,60934 km/h
سرعت دورانی	ω	1 بر ثانیه، رادیانت بر ثانیه	1/s rad/s	$\omega = 2\ \pi \cdot n$	در دور n = 2/s سرعت زاویه‌ای برابر است با : $\omega = 4\ \pi/s$
شتاب	a, g		m/s^2	$1\ m/s^2 = \frac{1\ m/s}{1\ s}$	علامت g فقط برای شتاب سقوط آزاد به‌کار می‌رود. $g = 9,81\ m/s^2 \approx 10\ m/s^2$

واحدهای اندازه‌گیری

کمیتها و واحدها (ادمه)

کمیت	علایم فرمول	واحد نام	واحد علامت	رابطه	ملاحظات، مثالهای کاربردی
الکتریسیته و مغناطیس					
شدت‌جریان الکتریکی ولتاژ مقاومت الکتریکی مقدار رسانایی-الکتریکی	I U R G	آمپر ولت اهم زیمنس	A V Ω S	1 V = 1 W/1 A = 1 J/C 1 Ω = 1 V/1 A 1 S = 1 A/1 V = 1/Ω	جابه‌جایی بار الکتریکی جریان نامیده می‌شود. ولتاژ برابر است با اختلاف پتانسیل دو نقطه واقع در یک میدان. مقدار معکوس مقاومت الکتریکی مقدار رسانایی الکتریکی نامیده می‌شود.
مقاومت ویژه قابلیت رسانایی الکتریکی	ϱ γ, χ	اهم در متر زیمنس بر متر	Ω · m S/m	$10^{-6}\ \Omega \cdot m = 1\ \Omega \cdot mm^2/m$	$\varrho = \frac{1}{\chi}$ به $\frac{\Omega \cdot mm^2}{m}$ $\chi = \frac{1}{\varrho}$ به $\frac{m}{\Omega \cdot mm^2}$
فرکانس	f	هرتز	Hz	1 Hz = 1/s 1000 Hz = 1 kHz	فرکانس شبکه عمومی EU 50 Hz, USA 60 Hz
کار الکتریکی	W	ژول	J	1 J = 1 W · s = 1 N · m 1 kW · h = 3,6 MJ 1 W · h = 3,6 kJ	در فیزیک اتمی و هسته‌ای واحد eV (الکترون ولت) به‌کار می‌رود.
زاویه جابه‌جایی فاز	φ	–	–	برای جریان متناوب : $\cos\varphi = \frac{P}{U \cdot I}$	زاویه بین جریان و ولتاژ در بارگذاری القایی و خازنی
شدت‌میدان‌الکتریکی بار الکتریکی ظرفیت الکتریکی اندوکتانس	E Q C L	ولت بر متر کولمب فاراد هنری	V/m C F H	 1 C = 1 A · 1 s; 1 A · h = 3,6 kC 1 F = 1 C/V 1 H = 1 V · s/A	$E = \frac{F}{Q}, C = \frac{Q}{U}, Q = I \cdot t$
توان	P	وات	W	1 W = 1 J/s = 1 N · m/s = 1 V · A	در مهندسی قدرت : توان ظاهری S به V · A
ترمودینامیک و انتقال حرارت					
دمای ترمودینامیکی دمای سلسیوس	T, Θ t, ϑ	کلوین درجه سلسیوس	K °C	0 K = –273,15 °C 0 °C = 273,15 K 0 °C = 32 °F 0 °F = –17,77 °C	کلوین (K) و درجه سلسیوس (°C) برای دما و اختلاف دما به‌کار می‌رود. $t = T - T_0;\ T_0 = 273,15\ K$ 1,8 °F = 1 °C : درجه فارنهایت (°F)
مقدار گرما	Q	ژول	J	1 J = 1 W · s = 1 N · m 1 kW · h = 3 600 000 J = 3,6 MJ	1 kcal ≙ 4,1868 kJ
مقدار گرمای ویژه	H_u	ژول بر کیلوگرم ژول بر متر به توان سه	J/kg J/m^3	1 MJ/kg = 1 000 000 J/kg $1\ MJ/m^3 = 1\ 000\ 000\ J/m^3$	مقدار گرمای آزادشده از هر کیلوگرم ماده سوخت منهای گرمای بخار در گازها و بخار آب خروجی

واحدهای غیر SI

طول	سطح	حجم	جرم	انرژی، توان
1 inch = 25,4 mm 1 foot = 0,3048 m 1 yard = 0,9144 m 1 Seemeile = 1,852 km	1 sq.in = 6,452 cm^2 1 sq.ft = 9,29 dm^2 1 sq.yd = 0,8361 m^2	1 cu.in = 16,39 cm^3 1 cu.ft = 28,32 dm^3 1 cu.yd = 764,6 dm^3 1 gallon = 3,785 dm^3 1 barrel = 158,8 dm^3	1 oz = 28,35 g 1 lb = 453,6 g 1 t = 1000 kg 1 short ton = 907,2 kg 1 Karat = 0,2 g	1 PSh = 0,735 kWh 1 PS = 735 W 1 kcal = 4186,8 Ws 1 kcal = 1,166 Wh 1 kpm/s = 9,807 W 1 Btu = 1055 Ws 1 hp = 754,7 W
	فشار			
	1 bar = 14,5 psi			

پیشوند مقادیر دهم و یا چند برابر دهگانی

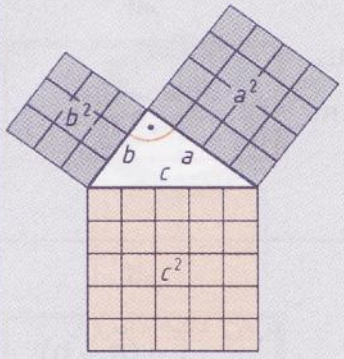
پیشوند	پیکو	نانو	میکرو	میلی	سانتی	دسی	دکا	هکتو	کیلو	مگا	گیگا	ترا
علامت پیشوند	P	N	μ	m	c	d	da	h	k	M	G	T
توان دهگانی	10^{-12}	10^{-9}	10^{-6}	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	10^{1}	10^{2}	10^{3}	10^{6}	10^{9}	10^{12}

مقادیر دهم ← | مقادیر چند دهگانی →

1 mm = 10^{-3} m = 1/1000 m, 1 km = 1000 m, 1 kg = 1000 g, 1 GB (Gigabyte) = 1 000 000 000 Byte

محاسبات مثلث قائم‌الزاویه

قانون فیثاغورس



در مثلث قائم‌الزاویه مجموع مساحت دو مربع به اضلاع مجاور زاویه قائمه برابر مساحت مربعی به اندازه ضلع وتر است.

a ضلع مجاور زاویه قائمه
b ضلع مجاور زاویه قائمه
c وتر

قانون فیثاغورس

$$c^2 = a^2 + b^2$$

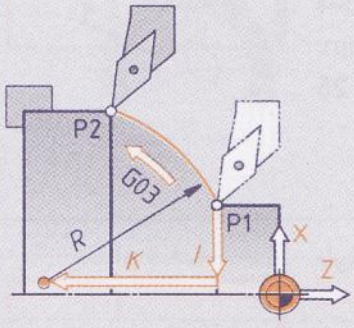
طول وتر

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

مثال ۱ :

$c = 35\ mm;\ a = 21\ mm;\ b = ?$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{(35\ mm)^2 - (21\ mm)^2} = \mathbf{28\ mm}$$



مثال ۲ :

در برنامه CNC با $R = 50\ mm$ و $I = 25\ mm$، مقدار K را حساب کنید؟

$c^2 = a^2 + b^2$

$R^2 = I^2 + K^2$

$$K = \sqrt{R^2 - I^2} = \sqrt{50^2\ mm^2 - 25^2\ mm^2}$$

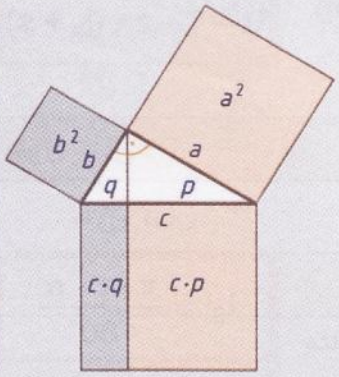
$$\mathbf{K = 43{,}3\ mm}$$

طول اضلاع مجاور

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

قانون اقلیدس



در یک مثلث قائم‌الزاویه مساحت مربع به ضلع مجاور زاویه قائمه برابر مساحت مستطیل به اضلاع برابر وتر و ضلع به‌وجود آمده از ارتفاع حادث روی وتر است.

a, b اضلاع مجاور زاویه قائمه
c وتر
p, q اضلاع حادث از ارتفاع

مربع اضلاع مجاور زاویه قائم‌الزاویه

$$b^2 = c \cdot q$$

$$a^2 = c \cdot p$$

مثال :

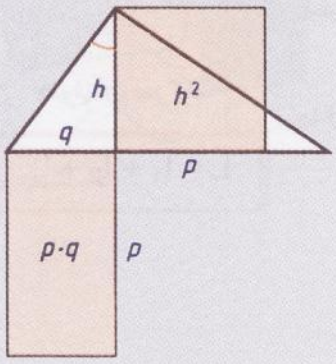
مستطیلی با $c = 6\ cm$ و $p = 3\ cm$ باید در قانون اقلیدس صدق کند.

اندازه a ضلع مربع چقدر باید باشد؟

$a^2 = c \cdot p$

$$\mathbf{a} = \sqrt{c \cdot p} = \sqrt{6\ cm \cdot 3\ cm} = \mathbf{4{,}24\ cm}$$

قانون ارتفاع در مثلث قائم‌الزاویه



مساحت مربع به ضلع برابر ارتفاع مثلث برابر مساحت مستطیل به اضلاع حادث از ارتفاع روی وتر مثلث می‌باشد.

h ارتفاع
p, q اضلاع حادث روی وتر

مربع ارتفاع روی وتر

$$h^2 = p \cdot q$$

مثال :

در مثلث قائم‌الزاویه

$p = 6\ cm;\ q = 2\ cm;\ h = ?$

$h^2 = p \cdot q$

$$\mathbf{h} = \sqrt{p \cdot q} = \sqrt{6\ cm \cdot 2\ cm} = \sqrt{12\ cm^2} = \mathbf{3{,}46\ cm}$$

تقسیم طولها (گامها)، طول کمان، طولهای مرکب

تقسیم طولها

گام

طول کل l تعداد سوراخها n گام p

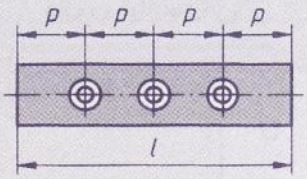
$$P = \frac{l}{n+1}$$

مثال :

$l = 2\ m$؛ $n = 24$ سوراخ؛ $p = ?$

$$p = \frac{l}{n+1} = \frac{2000\ mm}{24+1} = \mathbf{80\ mm}$$

گام = فاصله از مبدأ



گام

طول کل l تعداد سوراخها n

گام p فاصله از لبه a, b

$$p = \frac{l-(a+b)}{n-1}$$

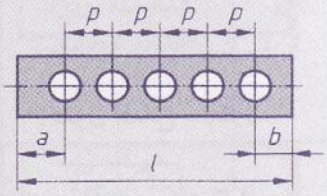
مثال :

$l = 1950\ mm$; $a = 100\ mm$; $b = 50\ mm$;

$n = 25$ سوراخ؛ $p = ?$

$$p = \frac{l-(a+b)}{n-1} = \frac{1950\ mm - 150\ mm}{25-1} = \mathbf{75\ mm}$$

گام ≠ فاصله از مبدأ



تعداد قطعه

طول مفتول l پهنای تیغه اره s تعداد قطعات z

طول قطعه l_s طول قطعه آخری l_R

$$z = \frac{l}{l_s + s}$$

مثال :

$l = 6\ mm$; $l_s = 230\ mm$; $s = 1{,}2\ mm$; $z = ?$; $l_R = ?$

$$z = \frac{l}{l_s+s} = \frac{6000\ mm}{230\ mm + 1{,}2\ mm} = \mathbf{25{,}95 = 25}\ \text{قطعه}$$

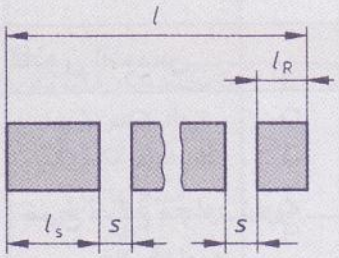
طول قطعه آخری

$$l_R = l - z \cdot (l_s + s)$$

$$l_R = l - z \cdot (l_s + s) = 6000\ mm - 25 \cdot (230\ mm + 1{,}2\ mm)$$

$$= \mathbf{220\ mm}$$

برش قطعات



طول کمان

طول کمان

طول کمان l_B زاویه کمان α

شعاع r قطر d

$$l_B = \frac{\pi \cdot r \cdot \alpha}{180^\circ}$$

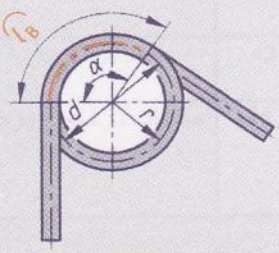
$$l_B = \frac{\pi \cdot d \cdot \alpha}{360^\circ}$$

مثال :

$r = 36\ mm$; $\alpha = 120^\circ$; $l_B = ?$

$$l_B = \frac{\pi \cdot r \cdot \alpha}{180^\circ} = \frac{\pi \cdot 36\ mm \cdot 120^\circ}{180^\circ} = \mathbf{75{,}36\ mm}$$

مثال : فنر بازویی



طولهای مرکب

طولهای مرکب

قطر خارجی D ضخامت s قطر داخلی d

قطر متوسط d_m طول مرکب L زاویه کمان α

طول اجزاء l_1, l_2

$$L = l_1 + l_2 + \dots$$

مثال (طولهای مرکب، شکل چپ) :

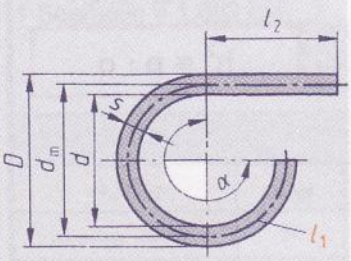
$D = 360\ mm$; $s = 5\ mm$; $\alpha = 270^\circ$; $l_2 = 70\ mm$;

$d_m = ?$; $L = ?$

$$d_m = D - s = 360\ mm - 5\ mm = 355\ mm$$

$$L = l_1 + l_2 = \frac{\pi \cdot d_m \cdot \alpha}{360^\circ} + l_2$$

$$= \frac{\pi \cdot 355\ mm \cdot 270^\circ}{360^\circ} + 70\ mm = \mathbf{906{,}45\ mm}$$



طولهای گسترده، طول مفتول فنرها، طولهای خام

طولهای گسترده

طول گسترده حلقه دایروی

$$l = \pi \cdot d_m$$

طول گسترده برش حلقه دایروی

$$l = \frac{\pi \cdot d_m \cdot \alpha}{360^\circ}$$

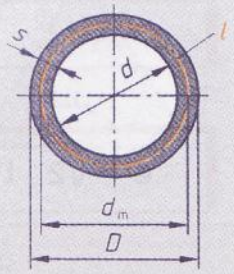
قطر متوسط

$$d_m = D - s$$

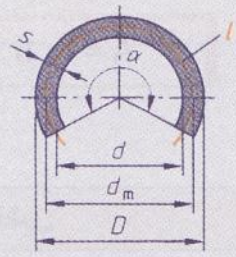
$$d_m = d + s$$

D قطر خارجی
d قطر داخلی
d_m قطر متوسط
s ضخامت
l طول گسترده
α زاویه کمان

حلقه دایروی



برش حلقه دایروی



مثال (برش حلقه دایروی) :

$l = ?$ ؛ $d_m = ?$ ؛ $\alpha = 240^\circ$ ؛ $s = 4\ mm$ ؛ $D = 36\ mm$

$$d_m = D - s = 36\ mm - 4\ mm = 32\ mm$$

$$l = \frac{\pi \cdot d_m \cdot \alpha}{360^\circ} = \frac{\pi \cdot 32mm \cdot 240^\circ}{360^\circ} = \mathbf{67{,}02\ mm}$$

طول مفتول فنر

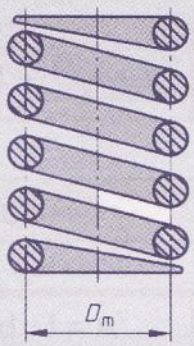
طول گسترده خط مارپیچ

$$l = \pi \cdot D_m \cdot i + 2 \cdot \pi \cdot D_m$$

$$l = \pi \cdot D_m \cdot (i + 2)$$

l طول گسترده خط مارپیچ
D_m قطر متوسط حلقه
i تعداد حلقه‌های مؤثر

مثال : فنر فشاری



مثال :

$l = ?$ ؛ $i = 8{,}5$ ؛ $D_m = 16\ mm$

$$l = \pi \cdot D_m \cdot i + 2 \cdot \pi \cdot D_m$$
$$= \pi \cdot 16\ mm \cdot 8{,}5 + 2 \cdot \pi \cdot 16\ mm = \mathbf{528\ mm}$$

طول خام قطعات آهنگری و پرسکاری

در شکل‌دادن بدون اتلاف اکسیدی حجم قطعه خام برابر حجم قطعه نهایی است. هرگاه تلف اکسیدی و یا تشکیل پلیسه روی دهد، باید حجم تلف اکسیدی یا پلیسه روی قطعه نهایی اضافه شود

حجم بدون تلف

$$V_a = V_e$$

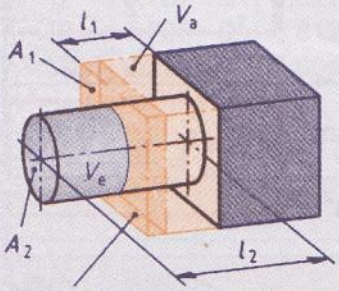
حجم با تلف

$$V_a = V_e + q \cdot V_e$$

$$V_a = V_e \cdot (1 + q)$$

$$A_1 \cdot l_1 = A_2 \cdot l_2 \cdot (1 + q)$$

V_e حجم قطعه نهایی
V_a حجم قطعه خام
A_2 سطح مقطع قطعه نهایی
A_1 سطح مقطع قطعه خام
l_2 اندازه طول آهنگری شده
l_1 اندازه طول اولیه
q ضریب تلف اکسیدی یا پلیسه



تلف اکسیدی

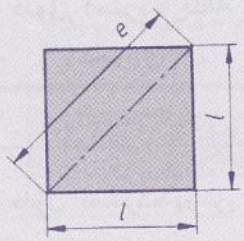
مثال :

روی یک قطعه فولادی 30 mm × 50 یک نافی استوانه‌ای با $d = 24\ mm$ و $l_2 = 60\ mm$ آهنگری می‌شود. تلف اکسیدی 10% است. طول اولیه l_2 چقدر است؟

$$V_a = V_e \cdot (1 + q)$$
$$A_1 \cdot l_1 = A_2 \cdot l_2 \cdot (1 + q)$$
$$l_1 = \frac{A_2 \cdot l_2 \cdot (1 + q)}{A_1}$$
$$= \frac{\pi \cdot (24\ mm)^2 \cdot 60\ mm \cdot (1 + 0{,}1)}{4 \cdot 50\ mm \cdot 30\ mm} = \mathbf{20\ mm}$$

سطوح گوشه‌دار

مربع



مساحت A قطر e طول ضلع l

مساحت

$$A = l^2$$

قطر

$$e = \sqrt{2} \cdot l$$

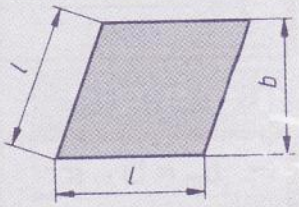
مثال :

$l = 14\ mm$ ؛ $A = ?$ ؛ $e = ?$

$$A = l^2 = (14\ mm)^2 = \mathbf{196\ mm^2}$$

$$e = \sqrt{2} \cdot l = \sqrt{2} \cdot 14\ mm = \mathbf{19,8\ mm}$$

لوزی



مساحت A ارتفاع b طول ضلع l

مساحت

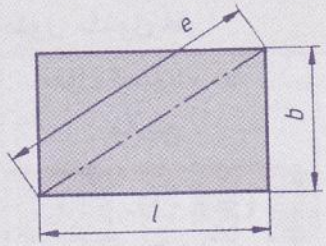
$$A = l \cdot b$$

مثال :

$l = 9\ mm$ ؛ $b = 8,5\ mm$ ؛ $A = ?$

$$A = l \cdot b = 9\ mm \cdot 8,5\ mm = \mathbf{76,5\ mm^2}$$

مستطیل



مساحت A عرض b

طول l قطر e

مساحت

$$A = l \cdot b$$

قطر

$$e = \sqrt{l^2 + b^2}$$

مثال :

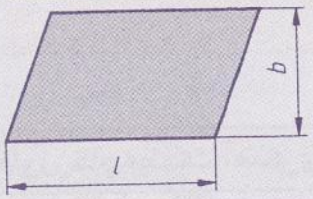
$l = 12\ mm$ ؛ $b = 11\ mm$ ؛ $A = ?$ ؛ $e = ?$

$$A = l \cdot b = 12\ mm \cdot 11\ mm = \mathbf{132\ mm^2}$$

$$e = \sqrt{l^2 + b^2} = \sqrt{(12\ mm^2) + (11\ mm)^2} = \sqrt{265\ mm^2}$$

$$= \mathbf{16,28\ mm}$$

متوازی‌الاضلاع



مساحت A ارتفاع b طول قاعده l

مساحت

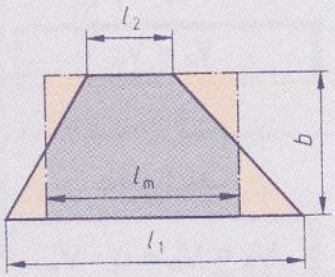
$$A = l \cdot b$$

مثال :

$l = 36\ mm$ ؛ $b = 15\ mm$ ؛ $A = ?$

$$A = l \cdot b = 36\ mm \cdot 15\ mm = \mathbf{540\ mm^2}$$

ذوزنقه



مساحت A طول قاعده بزرگ l_1 طول قاعده کوچک l_2

طول متوسط قاعده l_m ارتفاع b

مساحت

$$A = \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot b$$

طول متوسط

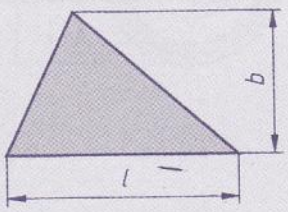
$$l_m = \frac{l_1 + l_2}{2}$$

مثال :

$l_1 = 23\ mm$ ؛ $l_2 = 20\ mm$ ؛ $b = 17\ mm$ ؛ $A = ?$

$$A = \frac{l_1 \cdot l_2}{2} \cdot b = \frac{23\ mm + 20\ mm}{2} \cdot 17\ mm = \mathbf{365,5\ mm^2}$$

مثلث



مساحت A ارتفاع b قاعده l

مساحت

$$A = \frac{l \cdot b}{2}$$

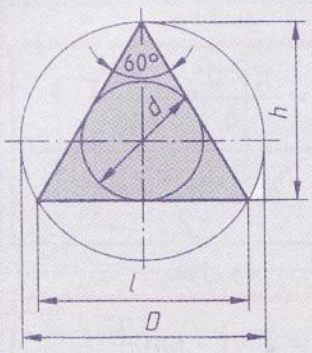
مثال :

$l_1 = 62\ mm$ ؛ $b = 29\ mm$ ؛ $A = ?$

$$A = \frac{l_1 \cdot b}{2} = \frac{62\ mm \cdot 29\ mm}{2} = \mathbf{899\ mm^2}$$

مثلث، چندضلعی، دایره

مثلث متساوی‌الاضلاع



d قطر دایره محاطی — A مساحت

h ارتفاع — l طول ضلع

D قطر دایره محیطی

مساحت

$$A = \frac{1}{4} \cdot \sqrt{3} \cdot l^2$$

قطر دایره محیطی

$$D = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{3} \cdot l = 2 \cdot d$$

ارتفاع

$$h = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot l$$

قطر دایره محاطی

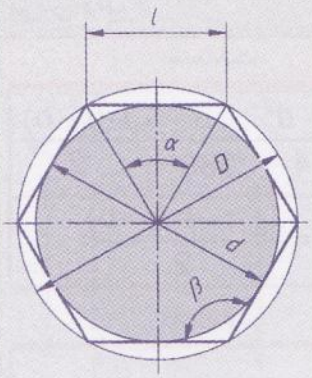
$$d = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{3} \cdot l = \frac{D}{2}$$

مثال :

$l = 42\ mm;\ A = ?;\ h = ?$

$$A = \frac{1}{4} \cdot \sqrt{3} \cdot l^2 = \frac{1}{4} \cdot \sqrt{3} \cdot (42\,mm)^2 = \mathbf{763{,}9\ mm^2}$$

چندضلعی منتظم



A مساحت

l طول ضلع

D قطر دایره محیطی

d قطر دایره محاطی

n تعداد رأس

α زاویه مرکزی

β زاویه محاطی

مساحت

$$A = \frac{n \cdot l \cdot d}{4}$$

قطر دایره محاطی

$$d = \sqrt{D^2 - l^2}$$

طول ضلع

$$l = D \cdot \sin\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$$

قطر دایره محیطی

$$D = \sqrt{d^2 + l^2}$$

زاویه مرکزی

$$\alpha = \frac{360^\circ}{n}$$

زاویه محاطی

$$\beta = 180^\circ - \alpha$$

مثال :

شش ضلعی با $D = 80\ mm$؛ $l = ?$؛ $d = ?$؛ $A = ?$

$$l = D \cdot \sin\left(\frac{180^\circ}{n}\right) = 80\ mm \cdot \sin\left(\frac{180^\circ}{6}\right) = \mathbf{40\ mm}$$

$$d = \sqrt{D^2 - l^2} = \sqrt{6400\,mm^2 - 1600\,mm^2} = \mathbf{69{,}282\ mm}$$

$$A = \frac{n \cdot l \cdot d}{4} = \frac{6 \cdot 40\,mm \cdot 69{,}282\ mm}{4} = \mathbf{4156{,}92\ mm^2}$$

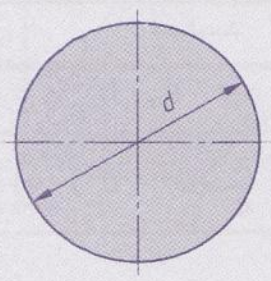
محاسبه چندضلعی منتظم به کمک جدول

تعداد رأس	مساحت A ≈			قطر دایره محیطی D ≈		قطر دایره محاطی d ≈		طول اضلاع l ≈	
3	$0{,}325 \cdot D^2$	$1{,}299 \cdot d^2$	$0{,}433 \cdot l^2$	$1{,}154 \cdot l$	$2{,}000 \cdot d$	$0{,}578 \cdot l$	$0{,}500 \cdot D$	$0{,}867 \cdot D$	$1{,}732 \cdot d$
4	$0{,}500 \cdot D^2$	$1{,}000 \cdot d^2$	$1{,}000 \cdot l^2$	$1{,}414 \cdot l$	$1{,}414 \cdot d$	$1{,}000 \cdot l$	$0{,}707 \cdot D$	$0{,}707 \cdot D$	$1{,}000 \cdot d$
5	$0{,}595 \cdot D^2$	$0{,}908 \cdot d^2$	$1{,}721 \cdot l^2$	$1{,}702 \cdot l$	$1{,}236 \cdot d$	$1{,}376 \cdot l$	$0{,}809 \cdot D$	$0{,}588 \cdot D$	$0{,}727 \cdot d$
6	$0{,}649 \cdot D^2$	$0{,}866 \cdot d^2$	$2{,}598 \cdot l^2$	$2{,}000 \cdot l$	$1{,}155 \cdot d$	$1{,}732 \cdot l$	$0{,}866 \cdot D$	$0{,}500 \cdot D$	$0{,}577 \cdot d$
8	$0{,}707 \cdot D^2$	$0{,}829 \cdot d^2$	$4{,}828 \cdot l^2$	$2{,}614 \cdot l$	$1{,}082 \cdot d$	$2{,}414 \cdot l$	$0{,}924 \cdot D$	$0{,}383 \cdot D$	$0{,}414 \cdot d$
10	$0{,}735 \cdot D^2$	$0{,}812 \cdot d^2$	$7{,}694 \cdot l^2$	$3{,}236 \cdot l$	$1{,}052 \cdot d$	$3{,}078 \cdot l$	$0{,}951 \cdot D$	$0{,}309 \cdot D$	$0{,}325 \cdot d$
12	$0{,}750 \cdot D^2$	$0{,}804 \cdot d^2$	$11{,}196 \cdot l^2$	$3{,}864 \cdot l$	$1{,}035 \cdot d$	$3{,}732 \cdot l$	$0{,}966 \cdot D$	$0{,}259 \cdot D$	$0{,}268 \cdot d$

مثال : هشت ضلعی با $l = 20\ mm$؛ $A = ?$؛ $D = ?$

$A \approx 4{,}828 \cdot l^2 = 4{,}828 \cdot (20\ mm)^2 = \mathbf{1931{,}2\ mm^2}$; $D \approx 2{,}614 \cdot l = 2{,}614 \cdot 20\ mm = \mathbf{52{,}28\ mm}$

دایره



d قطر — U محیط — A مساحت

مساحت

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

محیط

$$U = \pi \cdot d$$

مثال :

$d = 60\ mm;\ A = ?;\ U = ?$

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{\pi \cdot (60\ mm)^2}{4} = \mathbf{2827\ mm^2}$$

$$U = \pi \cdot d = \pi \cdot 60\ mm = \mathbf{188{,}5\ mm}$$

قطاع دایره، برش دایره، حلقه دایروی

قطاع دایره

مساحت

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$$

$$A = \frac{l_B \cdot r}{2}$$

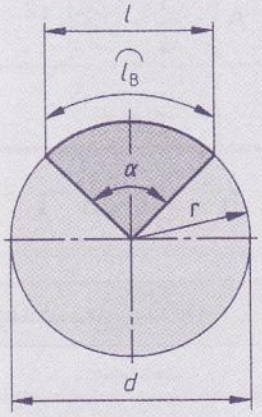
طول وتر

$$l = 2 \cdot r \cdot \sin\frac{\alpha}{2}$$

طول کمان

$$l_B = \frac{\pi \cdot r \cdot \alpha}{180^\circ}$$

مساحت A — طول وتر l
قطر d — شعاع r
طول کمان l_B — زاویه کمان α



مثال :

$d = 48\ mm;\ \alpha = 110^\circ;\ l_B = ?;\ A = ?$

$$l_B = \frac{\pi \cdot r \cdot \alpha}{180^\circ} = \frac{\pi \cdot 24\,mm \cdot 110^\circ}{180^\circ} = \mathbf{46{,}1\ mm}$$

$$A = \frac{l_B \cdot r}{2} = \frac{46{,}1\,mm \cdot 24\,mm}{2} = \mathbf{553\ mm^2}$$

برش دایره

مساحت

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} - \frac{l \cdot (r-b)}{2}$$

$$A = \frac{l_B \cdot r - l \cdot (r-b)}{2}$$

طول وتر

$$l = 2 \cdot r \cdot \sin\frac{\alpha}{2}$$

$$l = 2 \cdot \sqrt{b \cdot (2 \cdot r - b)}$$

پهنای برش

$$b = \frac{l}{2} \cdot \tan\frac{\alpha}{2}$$

$$b = r - \sqrt{r^2 - \frac{l^2}{4}}$$

طول کمان

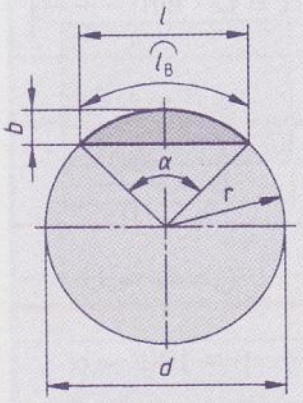
$$l_B = \frac{\pi \cdot r \cdot \alpha}{180^\circ}$$

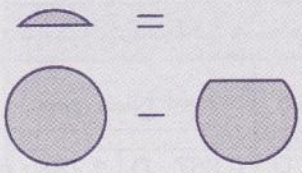
شعاع

$$r = \frac{b}{2} + \frac{l^2}{8 \cdot b}$$

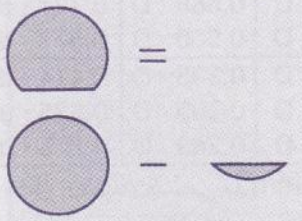
مساحت A — پهنای برش b
قطر d — شعاع r
طول کمان l_B — زاویه کمان α
طول وتر l

برش دایره با : $\alpha \le 180^\circ$





برش دایره با : $\alpha > 180^\circ$



مثال :

$b = 15{,}1\ mm,\ l = 52\ mm,\ l_B = 62{,}83\ mm$

$r = ?,\ A = ?$

$$r = \frac{b}{2} + \frac{l^2}{8 \cdot b}$$

$$= \frac{15{,}1\,mm}{2} + \frac{(52\,mm)^2}{8 \cdot 15{,}1\,mm}$$

$$= 29{,}93\ mm = \mathbf{30\ mm}$$

$$A = \frac{l_B \cdot r - l \cdot (r-b)}{2}$$

$$= \frac{(62{,}83 \cdot 30)\,mm^2 - 52 \cdot (30 - 15{,}1)\,mm^2}{2}$$

$$= \mathbf{555{,}1\ mm^2}$$

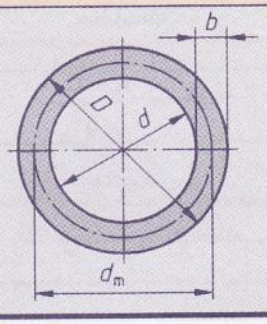
حلقه دایروی

مساحت

$$A = \pi \cdot d_m \cdot b$$

$$A = \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2)$$

مساحت A — پهنای حلقه b — قطر خارجی D
قطر متوسط d_m — قطر داخلی d



مثال :

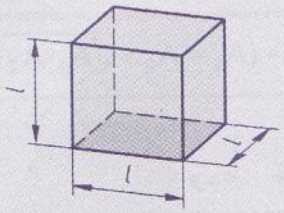
$D = 160\ mm;\ d = 125\ mm;\ A = ?$

$$A = \pi/4 \cdot (D^2 - d^2)$$

$$= \pi/4 \cdot (160^2\ mm^2 - 125^2\ mm^2) = \mathbf{7834\ mm^2}$$

مکعب مربع، مکعب مستطیل، استوانه، استوانه توخالی، هرم

مکعب مربع



V حجم l طول ضلع A_O مساحت

حجم

$$V = l^3$$

مساحت

$$A_O = 6 \cdot l^2$$

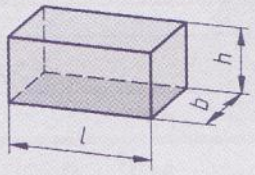
مثال :

$l = 20\ mm;\ V = ?;\ A_O = ?$

$V = l^3 = (20\ mm)^3 = \mathbf{8000\ mm^3}$

$A_O = 6 \cdot l^2 = 6 \cdot (20\ mm)^2 = \mathbf{2400\ mm^2}$

مکعب مستطیل



V حجم h ارتفاع b عرض

A_O مساحت l طول ضلع

حجم

$$V = l \cdot b \cdot h$$

مساحت

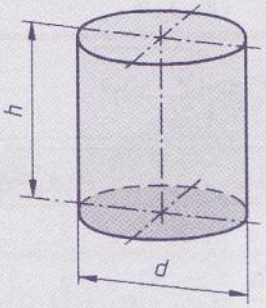
$$A_O = 2 \cdot (l \cdot b + l \cdot h + b \cdot h)$$

مثال :

$l = 6\ cm;\ b = 3\ cm;\ h = 2\ cm;\ V = ?$

$V = l \cdot b \cdot h = 6\ cm \cdot 3\ cm \cdot 2\ cm = \mathbf{36\ cm^3}$

استوانه



V حجم d قطر h ارتفاع

A_O مساحت A_M مساحت پیرامون

حجم

$$V = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h$$

مساحت

$$A_O = \pi \cdot d \cdot h + 2 \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

مساحت پیرامون (جانبی)

$$A_M = \pi \cdot d \cdot h$$

مثال :

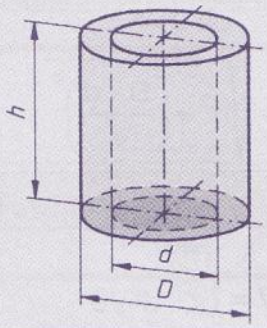
$d = 14\ mm;\ h = 25\ mm;\ V = ?$

$$V = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h$$

$$= \frac{\pi \cdot (14\ mm)^2}{4} \cdot 25\ mm$$

$$= \mathbf{3848\ mm^3}$$

استوانه توخالی



V حجم D, d قطر

A_O مساحت h ارتفاع

حجم

$$V = \frac{\pi \cdot h}{4} \cdot (D^2 - d^2)$$

مساحت

$$A_O = \pi \cdot (D + d) \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot (D - d) + h\right]$$

مثال :

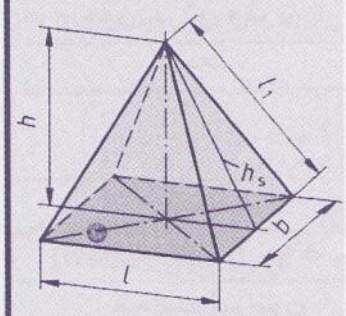
$D = 42\ mm;\ d = 20\ mm;\ h = 80\ mm;\ V = ?$

$$V = \frac{\pi \cdot h}{4} \cdot (D^2 - d^2)$$

$$= \frac{\pi \cdot 80\ mm}{4} \cdot (42^2\ mm^2 - 20^2\ mm^2)$$

$$= \mathbf{85703\ mm^3}$$

هرم



h ارتفاع l طول قاعده

h_s ارتفاع وجه l_1 طول یال

b عرض قاعده V حجم

حجم

$$V = \frac{l \cdot b \cdot h}{3}$$

طول یال

$$l_1 = \sqrt{h_s^2 + \frac{b^2}{4}}$$

ارتفاع وجه

$$h_s = \sqrt{h^2 + \frac{l^2}{4}}$$

مثال :

$l = 16\ mm;\ b = 21\ mm;\ h = 45\ mm;\ V = ?$

$$V = \frac{l \cdot b \cdot h}{3} = \frac{16\ mm \cdot 21\ mm \cdot 45\ mm}{3}$$

$$= \mathbf{5040\ mm^3}$$

هرم ناقص، مخروط، مخروط ناقص، کره

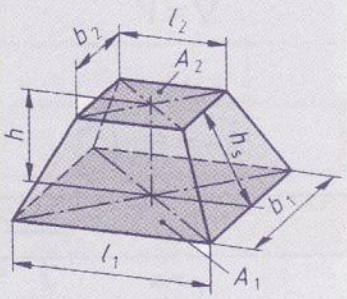
هرم ناقص

حجم

$$V = \frac{h}{3} \cdot (A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 \cdot A_2})$$

ارتفاع وجه

$$h_s = \sqrt{h^2 + \left(\frac{l_1 - l_2}{2}\right)^2}$$



l_1, l_2 طول قاعده b_1, b_2 عرض قاعده V حجم

A_1 مساحت قاعده پایین h_s ارتفاع وجه h ارتفاع

A_2 مساحت قاعده بالا

مثال : $l_1 = 40$ mm; $l_2 = 22$ mm; $b_1 = 28$ mm;

$b_2 = 15$ mm; $h = 50$ mm; $V = ?$

$$V = \frac{h}{3} \cdot (A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 \cdot A_2})$$

$$= 50\text{ mm}/3 \cdot (1120 + 330 + \sqrt{1120 \cdot 330})\text{mm}^2$$

$$= \mathbf{34\,299\ mm^3}$$

مخروط

حجم

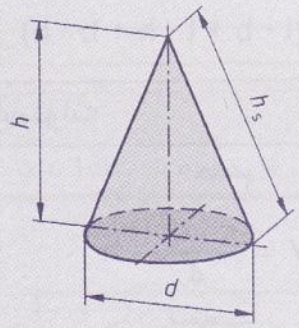
$$V = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{h}{3}$$

مساحت پیرامون

$$A_M = (\pi \cdot d \cdot h_s)/2$$

طول یال

$$h_s = \sqrt{\frac{d^2}{4} + h^2}$$



V حجم d قطر قاعده

h_s طول یال A_M مساحت پیرامون

h ارتفاع

مثال :

$d = 52$ mm; $h = 110$ mm; $V = ?$

$$V = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{h}{3} = \frac{\pi \cdot (52\text{ mm})^2}{4} \cdot \frac{110\text{ mm}}{3}$$

$$= \mathbf{77\,870\ mm^3}$$

مخروط ناقص

حجم

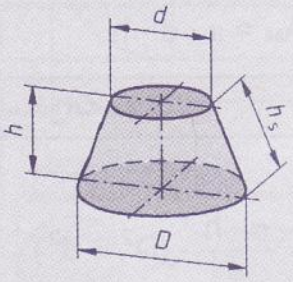
$$V = \frac{\pi \cdot h}{12} \cdot (D^2 + d^2 + D \cdot d)$$

مساحت پیرامون

$$A_M = (\pi \cdot h_s)/2 \cdot (D + d)$$

طول یال

$$h_s = \sqrt{h^2 + \left(\frac{D - d}{2}\right)^2}$$



قطر کوچک (قطر قاعده بالا) d حجم V

مساحت پیرا مون A_M ارتفاع مخروط h

قطر قاعده D طول یال h_s

مثال : $D = 100$ mm; $d = 62$ mm; $h = 80$ mm; $V = ?$

$$V = \frac{\pi \cdot h}{12} \cdot (D^2 + d^2 + D \cdot d)$$

$$= \pi \cdot 80\text{ mm}/12 \cdot (100^2 + 62^2 + 100 \cdot 62)\text{ mm}^2$$

$$= \mathbf{419\,800\ mm^3}$$

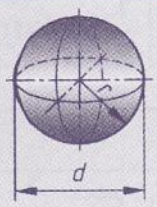
کره

حجم

$$V = (\pi \cdot d^3)/6$$

مساحت

$$A_O = \pi \cdot d^2$$



قطر کره d حجم V مساحت A_O

مثال : $d = 9$ mm; $V = ?$

$$V = \frac{\pi \cdot d^3}{6} \cdot \frac{\pi \cdot (9\text{ mm})^3}{6} = \mathbf{382\ mm^3}$$

عرق‌چین، برش وتری کره

حجم

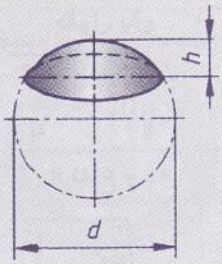
$$V = \pi \cdot h^2 \cdot \left(\frac{d}{2} - \frac{h}{3}\right)$$

مساحت

$$A_O = \pi \cdot h \cdot (2 \cdot d - h)$$

مساحت پیرامون

$$A_M = \pi \cdot d \cdot h$$



قطر کره d حجم V ارتفاع h

مساحت پیرامون A_M مساحت A_O

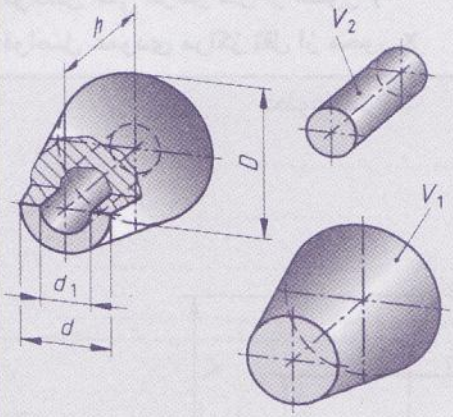
مثال : $d = 8$ mm; $h = 6$ mm; $V = ?$

$$V = \pi \cdot h^2 \cdot \left(\frac{d}{2} - \frac{h}{3}\right) = \pi \cdot 6^2\text{ mm}^2 \cdot \left(\frac{8\text{mm}}{2} - \frac{6\text{mm}}{3}\right)$$

$$= \mathbf{226\ mm^3}$$

حجم قطعات مرکب، محاسبه جرم (وزن)

حجم قطعات مرکب



حجم کل V

حجم اجزاء V_1, V_2

$$V = V_1 + V_2 + \ldots - V_3 - V_4$$

مثال : پوسته مخروطی؛

$D = 42\ mm;\ d = 26\ mm;\ d_1 = 16\ mm;\ h = 45\ mm;\ V = ?$

$$V_1 = \frac{\pi \cdot h}{12} \cdot (D^2 + d^2 + D \cdot d)$$

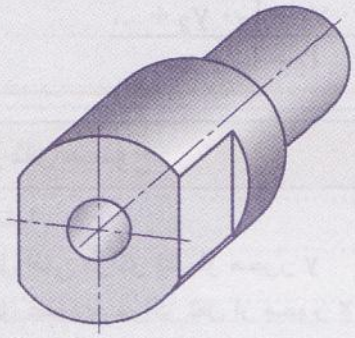
$$= \frac{\pi \cdot 45\ mm}{12} \cdot (42^2 + 26^2 + 42 \cdot 26)\ mm^2 = 41610\ mm^3$$

$$V_2 = \frac{\pi \cdot d_1^2}{4} \cdot h = \frac{\pi \cdot 16^2\ mm^2}{4} \cdot 45\ mm = 9048\ mm^3$$

$$\mathbf{V} = V_1 - V_2 = 41610\ mm^3 - 9048\ mm^3 = \mathbf{32\ 562\ mm^3}$$

محاسبه جرم

جرم، کلی



جرم m جرم مخصوص ϱ

حجم V

$$m = V \cdot \varrho$$

مقادیر جرم مخصوص جامدات، مایعات و گازها در ص ۱۱۸ و ۱۱۹

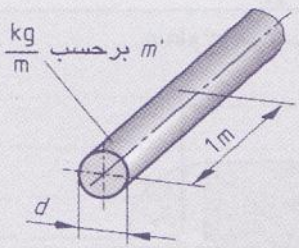
مثال : قطعه آلومینیمی؛

$V = 6{,}4\ dm^3;\ \varrho = 2{,}7\ kg/dm^3;\ m = ?$

$$m = V \cdot \varrho = 6{,}4\ dm^3 \cdot 2{,}7\ \frac{kg}{dm^3}$$

$$= \mathbf{17{,}28\ kg}$$

جرم طولی



جرم m طول l

جرم طولی m'

$$m = m' \cdot l$$

کاربرد : محاسبه جرم (وزن) پروفیلها، لوله‌ها، سیمها، ... به کمک جداول مقادیر m'.

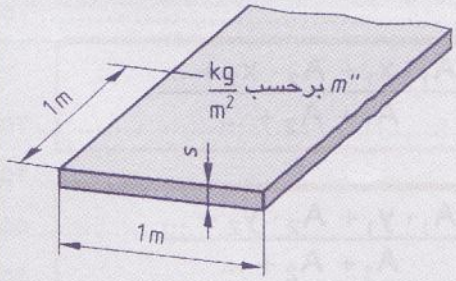
مثال : مفتول با $d = 15\ mm$، $m' = 1{,}39\ kg/m$،

$m = ?$، $l = 3{,}86\ m$

$$\mathbf{m} = m' \cdot l = 1{,}39\ \frac{kg}{m} \cdot 3{,}86\ m$$

$$= \mathbf{5{,}37\ kg}$$

جرم سطحی



جرم m مساحت A

جرم سطحی m''

$$m = m'' \cdot A$$

کاربرد : محاسبه جرم ورقها، فویلها، پراقها، ... به کمک جداول مقادیر m''.

مثال : ورق فولادی؛ $s = 1{,}5\ mm$،

$m = ?$، $A = 7{,}5\ m^2$، $m'' = 11{,}8\ kg/m^2$

$$\mathbf{m} = m'' \cdot A = 11{,}8\ \frac{kg}{m^2} \cdot 7{,}5\ m^2$$

$$= \mathbf{88{,}5\ kg}$$

مرکز ثقل خطوط و سطوح

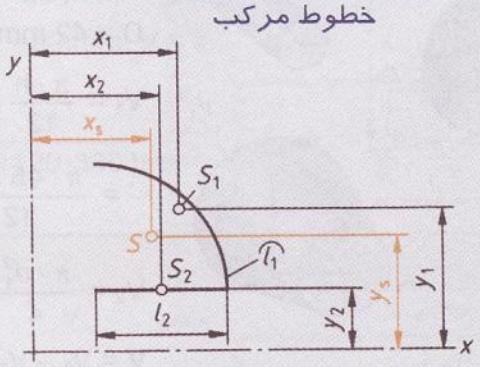
مرکز ثقل خطوط

طول خطوط l, l_1, l_2 — مرکز ثقل خطوط S, S_1, S_2

فواصل افقی مراکز ثقل از محور y x_s, x_1, x_2

فواصل عمودی مراکز ثقل از محور x y_s, y_1, y_2

خطوط مرکب



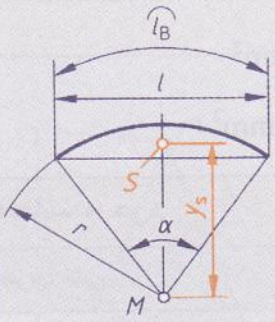
$$x_s = \frac{l_1 \cdot x_1 + l_2 \cdot x_2 + \dots}{l_1 + l_2 + \dots}$$

$$y_s = \frac{l_1 \cdot y_1 + l_2 \cdot y_2 + \dots}{l_1 + l_2 + \dots}$$

خط راست

$$x_s = \frac{l}{2}$$

کمان دایروی



محاسبه l و l_B : صفحه ۲۸

کلی

$$y_s = \frac{r \cdot l}{l_B}$$

$$y_s = \frac{l \cdot 180°}{\pi \cdot \alpha}$$

کمان نیم دایره

$$y_s \approx 0{,}6366 \cdot r$$

کمان ربع دایره

$$y_s \approx 0{,}9003 \cdot r$$

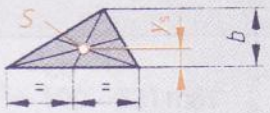
مرکز ثقل سطوح

مساحتها A, A_1, A_2 — مرکز ثقل خطوط S, S_1, S_2

فواصل افقی مراکز ثقل از محور y x_s, x_1, x_2

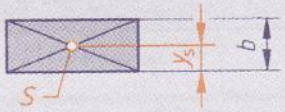
فواصل عمودی مراکز ثقل از محور x y_s, y_1, y_2

مثلث



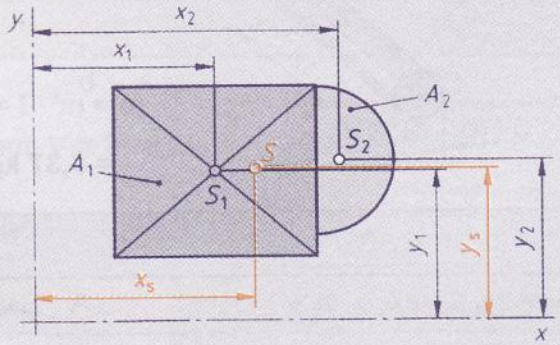
$$y_s = \frac{b}{3}$$

مستطیل



$$y_s = \frac{b}{2}$$

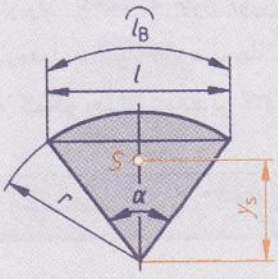
سطوح مرکب



$$x_s = \frac{A_1 \cdot x_1 + A_2 \cdot x_2 + \dots}{A_1 + A_2 + \dots}$$

$$y_s = \frac{A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2 + \dots}{A_1 + A_2 + \dots}$$

قطاع دایروی



کلی

$$y_s = \frac{2 \cdot r \cdot l}{3 \cdot l_B}$$

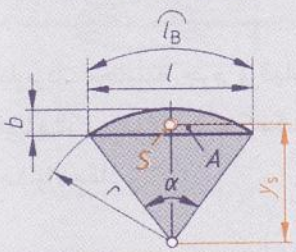
سطح نیم دایره

$$y_s \approx 0{,}4244 \cdot r$$

سطح ربع دایره

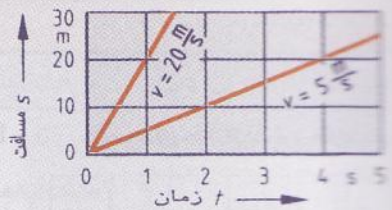
$$y_s \approx 0{,}6002 \cdot r$$

برش وتری دایره



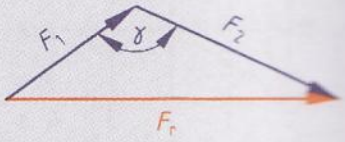
$$y_s = \frac{l^3}{12 \cdot A}$$

۲ فیزیک



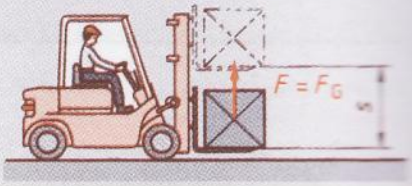
۲-۱ حرکت

حرکت یکنواخت و یکنواخت شتاب ثابت ۳۴
سرعت در ماشینها ۳۵



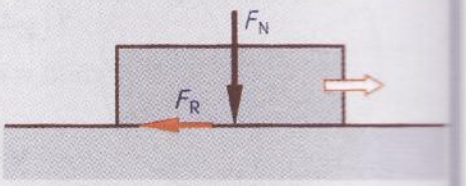
۲-۲ نیروها

ترکیب و تجزیه نیروها ۳۶
نیروی وزن و نیروی فنر ۳۶
قانون اهرم، نیروی تکیه‌گاه ۳۷
گشتاور چرخشی، نیروی گریز از مرکز ۳۷



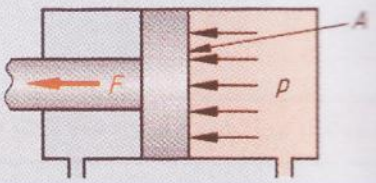
۲-۳ کار، توان، بازده

کار مکانیکی ۳۸
ماشینهای ساده ۳۹
توان، بازده ۴۰



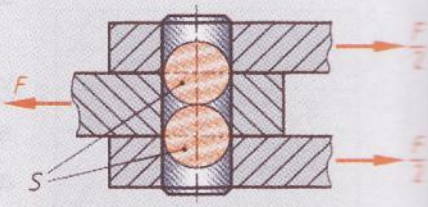
۲-۴ اصطکاک

نیروی اصطکاک ۴۱
ضریب اصطکاک ۴۱
اصطکاک در یاتاقانها ۴۱



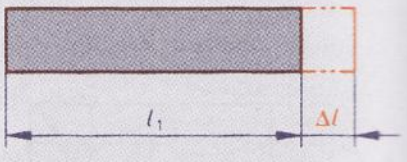
۲-۵ فشار در مایعات و گازها

فشار، تعریف و انواع ۴۲
نیروی بالابری، فشار هیدروستاتیکی ۴۲
تغییر حالت گازها ۴۲



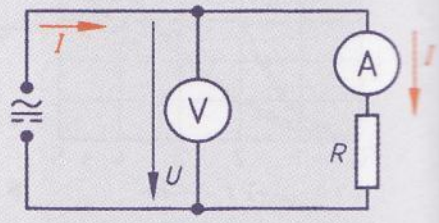
۲-۶ مقاومت مصالح

نحوه بارگذاری، انواع بارگذاری ۴۳
مقادیر استحکام، ضریب اطمینان ۴۴
تنش- کششی، - فشاری، - سطحی (لهیدگی) ۴۵
تنش برشی، تنش کمانشی ۴۶
تنش خمشی، تنش پیچشی ۴۷
استحکام وابسته به طرح و شکل ۴۸
ممان سطحی، مدول مقطع (محوری و قطبی) ۴۹
مقایسه شکل مقاطع مختلف ۵۰



۲-۷ گرما

دما، تغییر دما، انقباض ۵۱
مقدار گرما ۵۱
جریان گرما، گرمای احتراق ۵۲



۲-۸ الکتروتکنیک

قانون اهم، مقاومت سیمها ۵۳
مدار مقاومتها ۵۴
انواع جریان ۵۵
کار و توان الکتریکی ۵۶

حرکت یکنواخت و حرکت یکنواخت شتاب ثابت

حرکت یکنواخت

حرکت یکنواخت مستقیم‌الخط

سرعت — v — مدت زمان — t — مسافت — s

$$v = \frac{s}{t}$$

$$1\frac{m}{s} = 60\frac{m}{min} = 3{,}6\frac{km}{h}$$

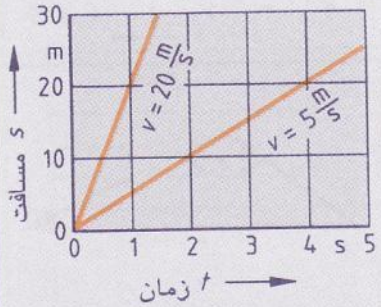
$$1\frac{km}{h} = 16{,}667\frac{m}{min} = 0{,}2778\ m/s$$

مثال : $v = 48\ km/h$ ، $s = 12\ m$ ، $t = ?$

تبدیل واحد : $48\frac{km}{h} = \frac{48000\ m}{3600\ s} = 13{,}33\frac{m}{s}$

$$t = \frac{s}{v} = \frac{12\ m}{13{,}33\ m/s} = \mathbf{0{,}9\ s}$$

نمودار مسافت- زمان



حرکت یکنواخت دایروی

سرعت محیطی یا برادبرداری — دور — n — سرعت زاویه‌ای — ω — سرعت محیطی، یا برادبرداری — v — شعاع — r — قطر — d

$$v = \pi \cdot d \cdot n$$

$$v = \omega \cdot r$$

سرعت زاویه‌ای

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot n$$

$$\frac{1}{min} = min^{-1} = \frac{1}{60\ s}$$

مثال :

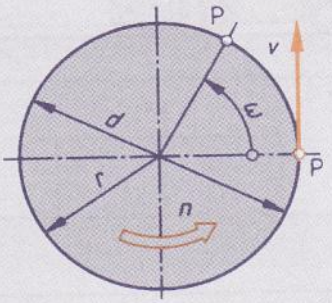
پولی؛ $d = 250\ mm$ ، $n = 1400\ min^{-1}$ ، $v = ?$ ، $\omega = ?$

تبدیل واحد : $n = 1400\ min^{-1} = \frac{1400}{60\ s} = 23{,}33\ s^{-1}$

$$v = \pi \cdot d \cdot n = \pi \cdot 0{,}25\ m \cdot 23{,}33\ s^{-1} = \mathbf{18{,}3\ \frac{m}{s}}$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot n = 2 \cdot \pi \cdot 23{,}33\ s^{-1} = \mathbf{146{,}6\ s^{-1}}$$

سرعت براده‌برداری درحرکت براده‌برداری دایروی : صفحه ۳۵



حرکت یکنواخت شتاب ثابت

حرکت یکنواخت مستقیم‌الخط شتاب ثابت

در شتاب مثبت از حالت سکون و در شتاب منفی تا حالت ایست می‌توان‌نوشت :

سرعت نهایی یا سرعت اولیه

$$v = a \cdot t$$

$$v = \sqrt{2 \cdot a \cdot s}$$

مسافت طی شده در شتاب مثبت/ شتاب منفی

$$s = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t$$

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$s = \frac{v^2}{2 \cdot a}$$

مقدار افزایش سرعت در مدت زمان 1 s **شتاب مثبت** و کاهش آن **شتاب منفی** نام دارد. سقوط آزاد یک حرکت یکنواخت شتاب ثابت است که شتاب آن همان شتاب سقوط آزاد است.

سرعت نهایی در شتاب‌مثبت، سرعت اولیه در شتاب‌منفی — v — مدت زمان — t — مسافت — s — شتاب سقوط آزاد — g — شتاب — a

مثال ۱ : جسمی با سقوط آزاد از فاصله $s = 3\ m$ ؛ $v = ?$

$$a = g = 9{,}81\ \frac{m}{s^2}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot a \cdot s} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81\ m/s^2 \cdot 3\ m} = \mathbf{7{,}7\ \frac{m}{s}}$$

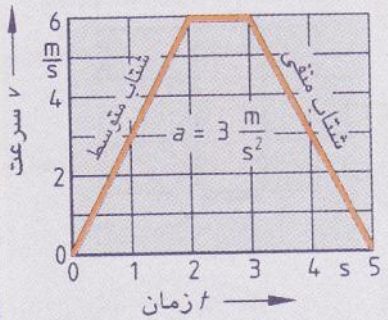
مثال ۲ : خودرو؛ $v = 80\ km/h$ ؛ $a = 7\ m/s^2$ ؛ مسافت پیموده شده طی ترمز کردن $s = ?$

تبدیل واحد : $v = 80\frac{km}{h} = \frac{80000\ m}{3600\ s} = 22{,}22\ \frac{m}{s}$

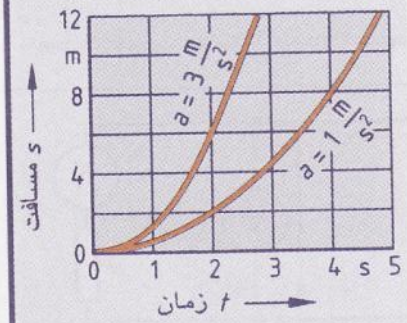
$$v = \sqrt{2 \cdot a \cdot s}$$

$$s = \frac{v^2}{2 \cdot a} = \frac{(22{,}22\ m/s)^2}{2 \cdot 7\ m/s^2} = \mathbf{35{,}3\ m}$$

نمودار سرعت- زمان



نمودار مسافت- زمان



سرعت در ماشینها

سرعت پیشروی

سرعت پیشروی در سوراخکاری، تراشکاری

$v_f = n \cdot f$

v_f سرعت پیشروی — f پیشروی
p گام دنده شانه‌ای — n دور — P گام رزوه
z تعداد لبه‌های براده‌برداری، تعداد دندانه پینیون
f_z پیشروی در هر لبه براده‌برداری

سرعت پیشروی در فرزکاری

$v_f = n \cdot f_z \cdot n$

مثال ۱ : تیغه فرز غلتکی،
$z = 8$ ،$f_z = 0,2\ mm$ ،$n = 45/min$ ،$v_f = ?$

$$v_f = n \cdot f_z \cdot z = 45\frac{1}{min} \cdot 0,2\ mm \cdot 8 = \mathbf{72\frac{mm}{min}}$$

سرعت پیشروی در سیستم محرکه پیچی

$v_f = n \cdot P$

مثال ۲ : سیستم پیشروی محور پیچی
$P = 5\ mm$ ،$n = 112/min$ ،$v_f = ?$

$$v_f = n \cdot P = 112\frac{1}{min} \cdot 5\ mm = \mathbf{560\frac{mm}{min}}$$

سرعت پیشروی در سیستم چرخدنده‌شانه‌ای

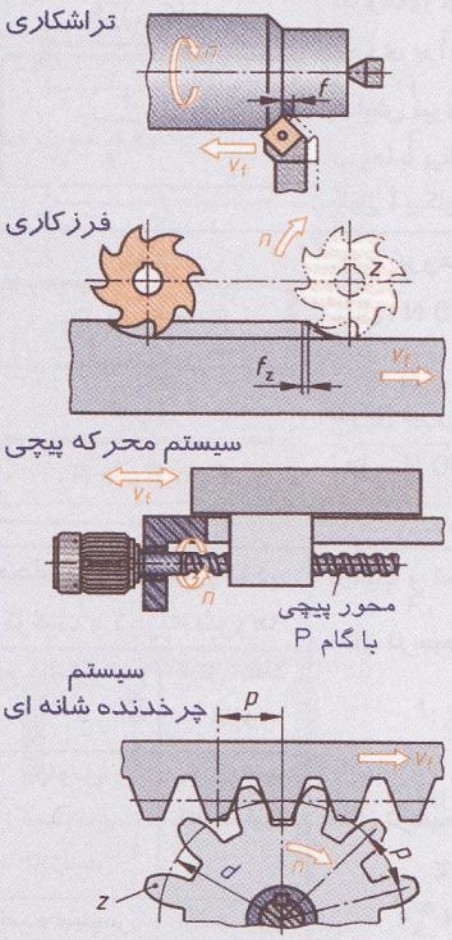
$v_f = n \cdot z \cdot p$

$v_f = \pi \cdot d \cdot n$

مثال ۳ : پیشروی با سیستم‌محرکه چرخدنده‌ای شانه‌ای
$d = 75\ mm$ ،$n = 80/min$ ،$v_f = ?$

$$v_f = \pi \cdot d \cdot n = \pi \cdot 75\ mm \cdot 80\ \frac{1}{min}$$

$$= 18850\frac{mm}{min} = \mathbf{18,85\frac{m}{min}}$$



سرعت براده‌برداری، سرعت محیطی

سرعت براده‌برداری

$v_c = \pi \cdot d \cdot n$

v_c سرعت براده‌برداری
v سرعت محیطی
d قطر
n دور

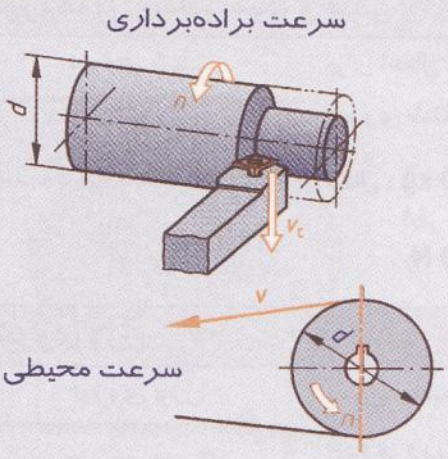
سرعت محیطی

$v = \pi \cdot d \cdot n$

مثال : تراشکاری، $n = 1200/min$ ؛$d = 35\ mm$ ؛$v_c = ?$

$$v_c = \pi \cdot d \cdot n = \pi \cdot 0,035\ m \cdot 1200\ \frac{1}{min}$$

$$= \mathbf{132\ \frac{m}{min}}$$



سرعت متوسط در سیستم محرکه لنگ

سرعت متوسط

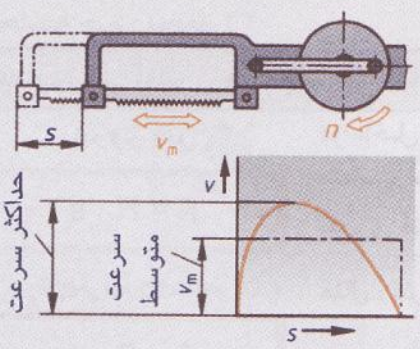
$v_m = 2 \cdot s \cdot n$

v_m سرعت متوسط
n تعداد کورس کامل
s طول کورس

مثال : ماشین اره‌لنگ، $s = 280\ mm$ ؛$n = 45/min$ ؛$v_m = ?$

$$v_m = 2 \cdot s \cdot n = 2 \cdot 0,28\ mm \cdot 45\ \frac{1}{min}$$

$$= \mathbf{25,2\ \frac{m}{min}}$$



انـواع نـیروهـا

ترکیب و تجزیه نیروها

طول پیکان

$$l = \frac{F}{M_k}$$

نیروهای جزء F_1, F_2 — طول پیکان l

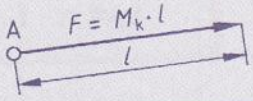
نیروی برآیند F_r — مقیاس نیرو M_k

نمایش نیروها

نیروها با پیکان نشانداده می‌شوند.

طول l پیکان با اندازه نیرو متناسب است.

در مثالهای زیر انتخاب‌شده : $M_k = 10\,\frac{N}{mm}$



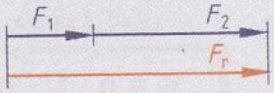
جمع

$$F_r = F_1 + F_2$$

جمع نیروهای هم جهت

مثال : $F_1 = 80\ N$ ، $F_2 = 160\ N$ ، $F_r = ?$

$F_r = F_1 + F_2 = 80\ N + 160\ N = \mathbf{240\ N}$



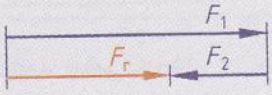
تفریق

$$F_r = F_1 + F_2$$

تفریق نیروهای هم جهت

مثال : $F_1 = 240\ N$ ، $F_2 = 90\ N$ ، $F_r = ?$

$F_r = F_1 - F_2 = 240\ N - 90\ N = \mathbf{150\ N}$

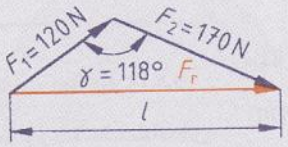


محاسبه مثلث نیروها در ترکیب و تجزیه نیروها

تابع مثلثاتی لازم	شکل مثلث نیرو
سینوس، کسینوس، تانژانت	مثلث نیرو قائم‌الزاویه
قاعده سینوس، قاعده کسینوس	مثلث نیرو منفرجه

ترکیب و تجزیه نیروهایی که خط اثر آنها همدیگر را قطع‌می‌کنند

ترکیب



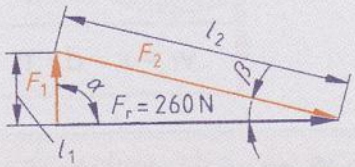
مثال ترسیمی ترکیب نیروها :

$F_1 = 120\ N;\ F_2 = 170\ N;\ \gamma = 118°;$

$l = 25\ mm$: اندازه‌گیری ؛ $M_k = 10\ N/mm;\ F_r = ?$

$F_r = l \cdot M_k = 25\ mm \cdot 10\ N/mm = \mathbf{250\ N}$

تجزیه



مثال ترسیمی تجزیه نیروها :

$F_r = 260\ N;\ \alpha = 90°;\ \beta = 15°;\ M_k = 10\ N/mm;$

$l_1 = 7\ mm;\ l_2 = 27\ mm$: اندازه‌گیری ، $F_1 = ?;\ F_2 = ?$

$F_1 = l_1 \cdot M_k = 7\ mm \cdot 10\ N/mm = \mathbf{70\ N}$

$F_2 = l_2 \cdot M_k = 27\ mm \cdot 10\ N/mm = \mathbf{270\ N}$

نیروها در شتاب مثبت و منفی

نیروی شتاب

$$F = m \cdot a$$

$$1\ N = 1\ kg \cdot \frac{m}{s^2}$$

برای اعمال شتاب مثبت و منفی به جرمی، نیرو لازم است.

نیروی شتاب F — شتاب a — جرم m

مثال : $m = 50\ kg$ ، $a = 3\,\frac{m}{s^2}$ ، $F = ?$

$F = m \cdot a = 50\ kg \cdot 3\,\frac{m}{s^2} = 150\ kg \cdot \frac{m}{s^2} = \mathbf{150\ N}$

نیروی وزن

نیروی وزن

$$F_G = m \cdot g$$

$$g = 9{,}81\,\frac{m}{s^2} \approx 10\,\frac{m}{s^2}$$

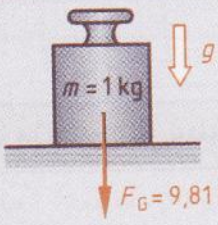
محاسبه جرم : صفحه ۳۱

نیروی جاذبه زمین باعث ایجاد نیروی وزن اجسام می‌شود.

نیروی وزن F_G, G — شتاب سقوط‌آزاد g — جرم m

مثال : $m = 1200\ kg$ ، $F_G = ?$

$F_G = m \cdot g = 1200\ kg \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2} = \mathbf{11772\ N}$



نیروی فنر (قانون هوک)

نیروی فنر

$$F = R \cdot s$$

تغییر نیروی فنر

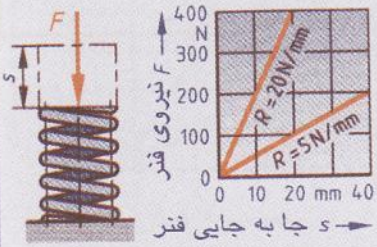
$$\Delta F = R \cdot \Delta s$$

در داخل محدوده الاستیک، نیرو با جابه‌جایی به‌وجود آمده در آن متناسب است.

نیروی فنر F — ضریب ثابت فنر R — جابه‌جایی فنر s

مثال : فنر فشاری، $R = 8\ N/mm$ ، $s = 12\ mm$ ، $F = ?$

$F = R \cdot s = 8\,\frac{N}{mm} \cdot 12\ mm = \mathbf{96\ N}$



گشتاور چرخشی، اهرم، نیروی گریز از مرکز

گشتاور چرخشی و اهرم

گشتاور چرخشی

$$M = F \cdot l$$

قانون اهرم

$$\Sigma M_l = \Sigma M_r$$

قانون اهرم درصورت دونیرو

$$F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2$$

طول مؤثر اهرم فاصله عمودی بین نقطه دوران و خط اثر نیرو است. در قطعات دیسکی‌گردان طول اهرم برابر شعاع r است.

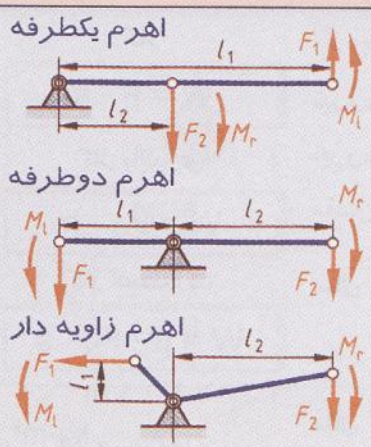
گشتاور چرخشی M — طول مؤثر اهرم l

مجموع گشتاورهای چپ‌گرد ΣM_l — نیرو F

مجموع گشتاورهای راست‌گرد ΣM_r

مثال : اهرم زاویه‌دار، $F_1 = 30\ N$؛ $l_1 = 0{,}15\ m$؛ $F_1 = ?$؛ $l_2 = 0{,}45\ m$

$$F_2 = \frac{F_1 \cdot l_1}{l_2} = \frac{30\ N \cdot 0{,}15\ m}{0{,}45\ m} = \mathbf{10\ N}$$



نیروهای تکیه‌گاه

قانون اهرم

$$\Sigma M_l = \Sigma M_r$$

نیروی تکیه‌گاه درنقطه A

$$F_A = \frac{F_1 \cdot l_1 + F_2 \cdot l_2}{l}$$

$$F_A + F_B = F_1 + F_2$$

برای محاسبه نیروهای تکیه‌گاه، نقطه تکیه‌گاه به عنوان نقطه دوران فرض می‌شود.

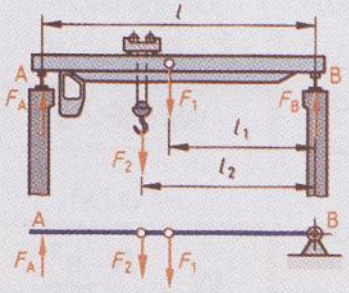
نیروهای تکیه‌گاه F_A, F_B — نیروها F_1, F_2

طول مؤثر اهرمها l, l_1, l_2

مثال : جرثقیل سقفی، $F_1 = 40\ kN$؛ $F_2 = 15\ kN$؛ $l_1 = 6\ m$؛ $l_2 = 8\ m$؛ $l = 12\ m$؛ $F_A = ?$

حل : نقطه دوران انتخابی B، نیروی یاتاقان F_A روی اهرم یکطرفه فرض می‌شود

$$F_A = \frac{F_1 \cdot l_1 + F_2 \cdot l_2}{l} = \frac{40\ kN \cdot 6\ m + 15\ kN \cdot 8\ m}{12\ m} = \mathbf{30\ kN}$$



گشتاور چرخشی در سیستم محرکه چرخدنده‌ای

گشتاور چرخشی

$$M_1 = \frac{F_{u1} \cdot d_1}{2}$$

$$M_2 = \frac{F_{u2} \cdot d_2}{2}$$

$$M_2 = i \cdot M_1$$

$$\frac{M_2}{M_1} = \frac{z_2}{z_1}$$

$$\frac{M_2}{M_1} = \frac{n_1}{n_2}$$

طول اهرم درچرخدنده‌ها با قطر دایره گام d، مطابقت دارد. اگر تعداد دندانه‌های دو چرخدنده متفاوت باشد گشتاورهای متفاوتی حاصل می‌شود.

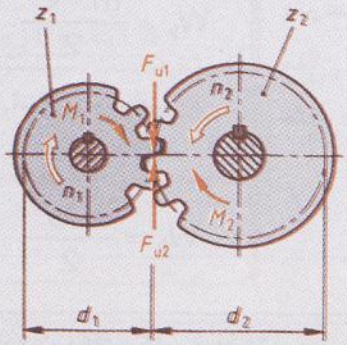
چرخدنده محرک		چرخدنده متحرک	
نیروی محیطی	F_{u1}	نیروی محیطی	F_{u1}
گشتاور چرخشی	M_1	گشتاور چرخشی	M_1
قطر دایره گام	d_1	قطر دایره گام	d_1
تعداد دندانه	z_1	تعداد دندانه	z_1
دور	n_1	دور	n_1

نسبت انتقال i

مثال : چرخدنده، $i = 12$؛ $M_1 = 60\ N \cdot m$؛ $M_2 = ?$

$$M_2 = i \cdot M_1 = 12 \cdot 60\ N \cdot m = \mathbf{720\ N \cdot m}$$

نسبت انتقال در سیستم چرخدنده‌ای : صفحه ۲۶۲



نیروی گریز از مرکز

نیروی گریز از مرکز

$$F_z = m \cdot r \cdot \omega^2$$

$$F_z = \frac{m \cdot v^2}{r}$$

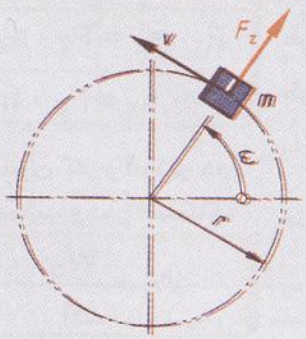
وقتی جسمی روی مسیر منحنی حرکت می‌کند، مثلا دایره نیروی گریز از مرکز به‌وجود می‌آید.

نیروی گریز از مرکز F_z — سرعت زاویه‌ای ω

جرم m — شعاع r — سرعت محیطی v

مثال : پره توربین، $m = 160\ g$؛ $v = 80\ m/s$؛ $d = 400\ mm$؛ $F_z = ?$

$$F_z = \frac{m \cdot v^2}{r} = \frac{0{,}16\ kg \cdot (80\ m/s)^2}{0{,}2\ m} = 5120\ \frac{kg \cdot m}{s^2} = \mathbf{5120\ N}$$



کـار و انـرژی

کار مکانیکی، کار بالا آوردن و کار اصطکاک

کار

اگر نیرویی در امتداد جابه‌جایی عمل کند کار انجام می‌گیرد.

$$W = F \cdot s$$

F_G, G نیروی وزن — s جابه‌جایی اثر نیرو

F_R نیروی اصطکاک — s, h ارتفاع بالابری

F مقدار نیرو در راستای جابه‌جایی — W کار

مثال ۱ : $F = 300\ N$ ؛ $s = 4\ m$ ؛ $W = ?$

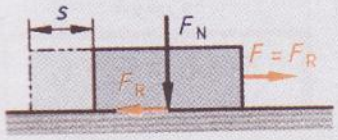
$$W = F \cdot s = 300\ N \cdot 4\ m = 1200\ N \cdot m = \mathbf{1200\ J}$$

کار بالابری

$$W = F_G \cdot h$$

کار اصطکاک

$$W = \mu \cdot F_N \cdot s$$



مثال ۲ : کار اصطکاک، $F_N = 0{,}8\ kN$ ؛ $s = 1{,}2\ m$ ؛ $\mu = 0{,}4$ ؛ $W = ?$

$$W = \mu \cdot F_N \cdot s = 0{,}4 \cdot 800\ N \cdot 1{,}2\ m = 384\ N \cdot m = \mathbf{384\ J}$$

$$1\ J = 1\ N \cdot 1\ m$$

$$= 1\ W \cdot s = 1 \frac{kg \cdot m^2}{s^2}$$

$$1\ kW \cdot h = 3{,}6\ MJ$$

انرژی پتانسیل

انرژی پتانسیل (انرژی وضعیت)

انرژی پتانسیل کار ذخیره شده است (انرژی وضعیت، انرژی فنر).

E_P, W_P انرژی پتانسیل — F_G, G نیروی وزن

R ثابت فنر — F نیرو

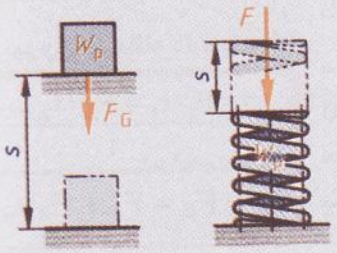
s, h فاصله سقوط، طول جابه‌جایی فنر

$$W_p = F \cdot s$$

انرژی فنر

$$W_p = \frac{R \cdot s^2}{2}$$

انرژی فنر — انرژی پتانسیل



مثال : پرس چکشی، $m = 30\ kg$ ؛ $s = 2{,}6\ m$ ؛ $W_p = ?$

$$W_p = F_G \cdot s = 30\ kg \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2} \cdot 2{,}6\ m = \mathbf{765\ J}$$

انرژی جنبشی

انرژی جنبشی در حرکت مستقیم‌الخط

انرژی جنبشی انرژی حرکت است.

E_k, W_k انرژی جنبشی — v سرعت

ω سرعت زاویه‌ای — m جرم

J ممان اینرسی درجه 2

$$W_k = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

انرژی جنبشی در حرکت دورانی

$$W_k = \frac{J \cdot \omega^2}{2}$$

حرکت مستقیم‌الخط

حرکت دورانی

مثال : پرس چکشی، $m = 30\ kg$ ؛ $s = 2{,}6\ m$ ؛ $W_k = ?$

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot s} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81\ m/s^2 \cdot 2{,}6\ m} = 7{,}14\ m/s$$

$$W_k = \frac{m \cdot v^2}{2} = \frac{30\ kg \cdot (7{,}14\ m/s)^2}{2} = \mathbf{765\ J}$$

قانون بقای کار و انرژی

قانون بقای کار و انرژی

نیرویی که به‌دست می‌آید در مسیر جابه‌جایی از دست می‌رود.

W_1 کار داده شده (ورودی) — F_1 نیروی داده‌شده (ورودی)

W_2 کار گرفته‌شده (خروجی) — F_2 نیروی گرفته‌شده (خروجی)

s_1 طول پیموده‌شده نیروی F_1

s_2 طول پیموده‌شده نیروی F_2

$$W_1 = W_2$$

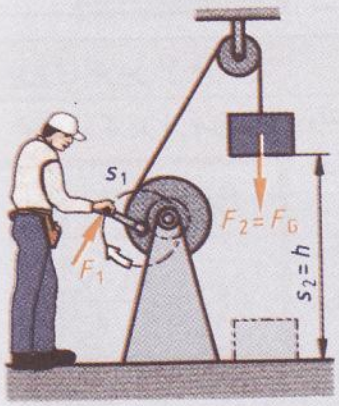
$$F_1 \cdot s_1 = F_2 \cdot s_2$$

$$F_1 \cdot s_1 = F_G \cdot h$$

قانون کار و انرژی در صورت وجود اصطکاک

η بازده — F_G, G نیروی وزن — h ارتفاع بالابری

$$W_1 = \frac{W_2}{\eta}$$



مثال : تجهیزات بالابری، $F_G = 5\ kN$ ؛ $h = 2\ m$ ؛ $F = 300\ N$ ؛ $s = ?$

$$s = \frac{F_G \cdot h}{F} = \frac{5000\ N \cdot 2\ m}{300\ N} = \mathbf{33{,}3\ m}$$

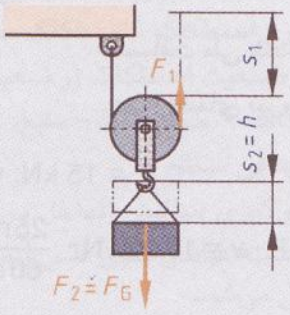
ماشین‌های ساده

قرقره متحرک[1]

$$F_1 = \frac{F_G}{2}$$

$$s_1 = 2 \cdot h$$

$$W_2 = F_G \cdot h$$

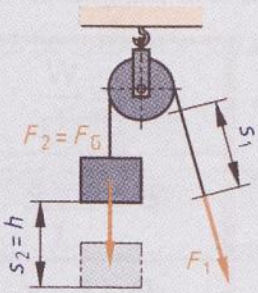


قرقره ثابت[1]

$$F_1 = F_G$$

$$s_1 = h$$

$$W_2 = F_G \cdot h$$



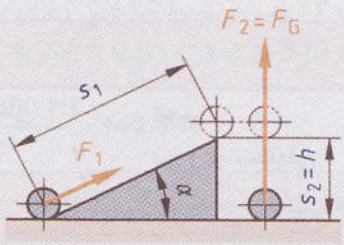
سطح شیب‌دار[1]

زاویه شیب α

$$F_1 \cdot s_1 = F_G \cdot h$$

$$F_1 = F_G \cdot \sin\alpha$$

$$W_2 = F_G \cdot h$$



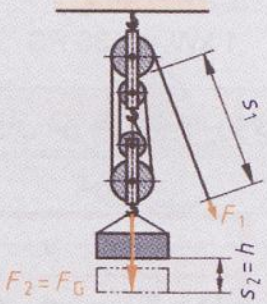
قرقره مرکب[1]

تعداد شاخه طناب حامل، تعداد قرقره n

$$F_1 = \frac{F_G}{n}$$

$$s_1 = n \cdot h$$

$$W_2 = F_G \cdot h$$



پیچ

گام رزوه P

طول اهرم l

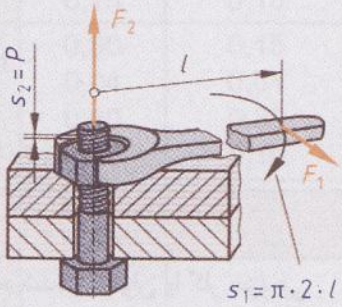
برای یک دور کامل

$$F_1 \cdot 2 \cdot \pi \cdot l = F_2 \cdot P$$

$$s_1 = 2 \cdot \pi \cdot l$$

$$W_1 = F_1 \cdot 2 \cdot \pi \cdot l$$

$$W_2 = F_2 \cdot P$$



گوه[1]

زاویه شیب β

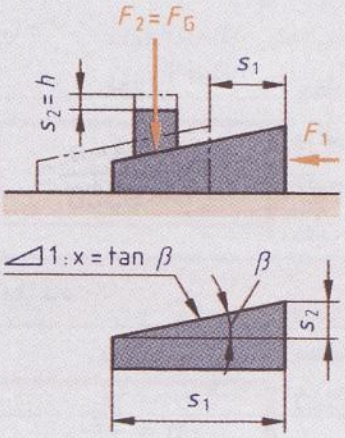
شیب $\tan\beta$

$$F_1 \cdot s_1 = F_2 \cdot h$$

$$F_2 = \frac{F_1}{\tan\beta}$$

$$s_2 = s_1 \cdot \tan\beta$$

$$W_2 = F_2 \cdot h$$



چرخ دنده بالابری[1]

طول دسته l

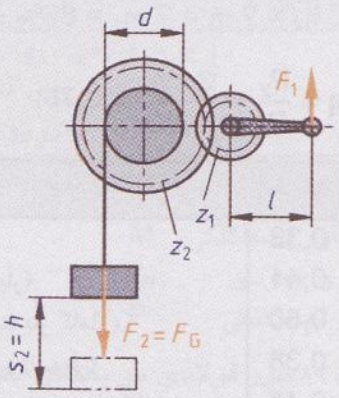
قطر چرخ (طبلک) d

نسبت انتقال i

$$F_1 \cdot l \cdot i = \frac{F_G \cdot d}{2}$$

$$i = \frac{z_2}{z_1}$$

$$W_2 = F_G \cdot h$$



چرخ بالابری[1]

طول دسته l

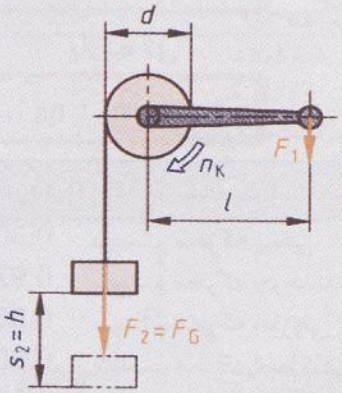
قطر چرخ d

تعداد دوران دسته n_K

$$F_1 \cdot l = \frac{F_G \cdot d}{2}$$

$$h = \pi \cdot d \cdot n_K$$

$$W_2 = F_G \cdot h$$



[1] این فرمول‌ها برای حالت بدون اصطکاک صادق‌است، به‌بیان دیگر مقدار کار داده‌شده (ورودی) با مقدار کار گرفته‌شده (خروجی) برابراست.

تـوان، بـازده

توان در حرکت مستقیم‌الخط

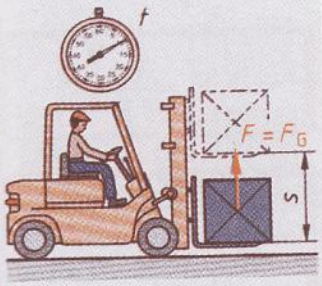
توان توان مقدار کار انجام گرفته در واحد زمان است.

توان	P	کار	W	مسافت طی شده	s
سرعت	v	مدت زمان	t	در راستای نیرو	

$$P = \frac{W}{t}$$

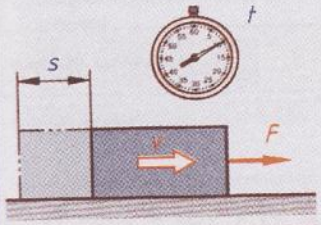
$$P = \frac{F \cdot s}{t}$$

$$P = F \cdot v$$



مثال ۱ : لیفتراک، $F = 15\ kN;\ v = 25\ m/min;\ P = ?$

$$P = F \cdot v = 15\,000\ N \cdot \frac{25\,m}{60\,s} = 6250 \frac{N \cdot m}{s} = \mathbf{6{,}25\ kW}$$



مثال ۲ : جرثقیلی یک ماشین ابزار را بلند می‌کند، $m = 1{,}2\ t;\ s = 2{,}5\ m;\ t = 4{,}5\ s;\ P = ?$

$$F_G = m \cdot g = 1200\ kg \cdot 9{,}81\ m/s^2 = 11772\ N$$

$$P = \frac{F_G \cdot s}{t} \cdot \frac{11772\ N \cdot 2{,}5\ m}{4{,}5\ s} = 6540\ W = \mathbf{6{,}5\ kW}$$

$$1\ W = 1 \frac{J}{s}$$

$$= 1 \frac{N \cdot m}{s}$$

$$1\ kW = 1{,}36\ PS$$

توان در حرکت دایروی شکل

توان

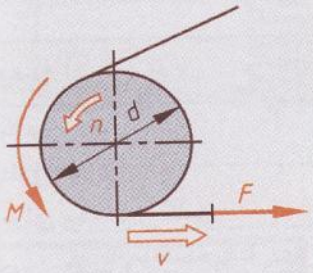
سرعت زاویه‌ای	ω	مدت زمان	t	دور	n
گشتاور چرخشی	M	سرعت	v	نیروی محیطی	F
مسافت طی شده در راستای نیرو		s		توان	P

$$P = F \cdot v$$

$$P = F \cdot \pi \cdot d \cdot n$$

$$P = M \cdot 2 \cdot \pi \cdot n$$

$$P = M \cdot \omega$$



مثال : سیستم محرکه تسمه‌ای

$F = 1{,}2\ kN;\ d = 200\ mm;\ n = 2800/min;\ P = ?$

$$P = F \cdot \pi \cdot d \cdot n$$

$$= 1{,}2\ kN \cdot \pi \cdot 0{,}2\ m \cdot \frac{2800}{60\,s} = 35{,}2 \frac{kN \cdot m}{s} = \mathbf{35{,}2\ kW}$$

یا :

توان معادله مقدار عددی :

$$P = \frac{M \cdot n}{9550}$$

با قراردادن ← M به N · m، n به 1/min

نتیجه ← P به kW

توان برادهبرداری ماشینهای ابزار : صفحات ۳۰۳ و ۳۰۴

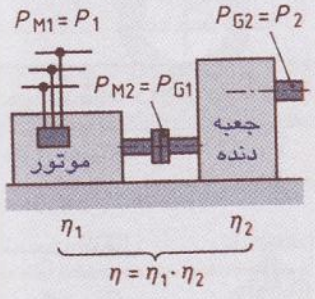
بازده

بازده منظور از بازده نسبت توان یا کار ورودی (داده شده) به توان یا کار خروجی (توان گرفته شده)

توان ورودی	P_1	کار ورودی	W_1	بازده اجزاء	η_1, η_2
توان خروجی	P_2	کار خروجی	W_2	بازده	η

$$\eta = \frac{P_2}{P_1}$$

$$\eta = \frac{W_2}{W_1}$$



مثال : موتور، $P_1 = 4\ kW;\ P_2 = 3\ kW;\ \eta_1 = 85\%;\ \eta = ?;\ \eta_2 = ?$

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{3\ kW}{4\ kW} = \mathbf{0{,}75};\qquad \eta_2 = \frac{\eta}{\eta_1} = \frac{0{,}75}{0{,}85} = \mathbf{0{,}88}$$

بازده کل

$$\eta = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \ldots$$

بازده η (مقادیر حدودی)

0,30	سیستم محرکه پیچی	0,27	موتور بنزینی	0,32	نیروگاه زغال قهوه‌ای
0,97	سیستم محرکه چرخدنده‌ای	0,24	موتور دیزل (نیم‌بار)	0,41	نیروگاه زغال سنگ
0,65	سیستم محرکه حلزونی i = 40	0,40	موتور دیزل (تحت بار کامل)	0,50	نیروگاه گاز
0,80	سیستم محرکه اصطکاکی	0,33	موتور دیزل بزرگ (نیم‌بار)	0,38	توربین گاز
0,90	سیستم محرکه چرخ زنجیری	0,55	موتور دیزل بزرگ (تحت بار کامل)	0,45	توربین بخار (فشار بالا)
0,85	سیستم محرکه تسمه پهن	0,85	موتور سه فاز	0,85	توربین آبی
0,75	جعبه دنده هیدرولیکی	0,75	ماشین ابزار		

انواع اصطکاک، ضریب اصطکاک

نیروی اصطکاک

نیروی اصطکاک- سکون و لغزشی

$$F_R = \mu \cdot F_N$$

نیروی اصطکاک غلتشی[1]

$$F_R = \frac{f \cdot F_N}{r}$$

نیروی اصطکاک به‌وجود آمده بستگی به نیروی عمودی و

- نوع اصطکاک : اصطکاک سکون، لغزشی و غلتشی،
- وضعیت اصطکاک (وضعیت روغنکاری) : اصطکاک جامد- جامد، - مخلوط یا - مایع،
- صافی سطح و
- درگیری سطحی (تداخل در همدیگر) دارد.

تأثیر همه عوامل فوق طی آزمایش به عنوان ضریب اصطکاک μ مشخص می‌شود.

ضریب اصطکاک غلتشی f نیروی عمودی F_N

ضریب اصطکاک μ نیروی اصطکاک F_R شعاع r

مثال ۱ : یاتاقان لغزشی، $F_N = 100\ N$؛ $\mu = 0,03$؛ $F_R = ?$

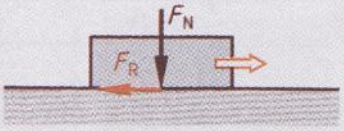
$$F_R = \mu \cdot F_N = 0,03 \cdot 100\ N = \mathbf{3\ N}$$

مثال ۲ : چرخدنده تاجی روی بدنه فولادی، $F_N = 45\ kN$؛ $d = 320\ mm$؛ $f = 0,5\ mm$؛ $F_R = ?$

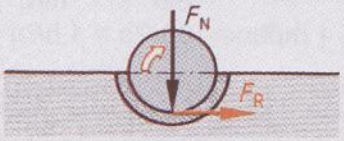
$$F_R = \frac{f \cdot F_N}{r} = \frac{0,5\ mm \cdot 45000\ N}{160\ mm} = \mathbf{140,6\ N}$$

[1] به علت تغییر شکل الاستیکی بین ساچمه و مسیر حرکت ساچمه بوجود می‌آید.

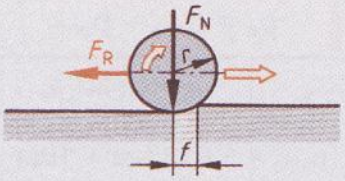
اصطکاک سکون (اصطکاک استاتیکی)، اصطکاک لغزشی



اصطکاک سکون، اصطکاک لغزشی



اصطکاک غلتشی



ضریب اصطکاک (مقادیر حدودی)

ضریب اصطکاک لغزشی μ		ضریب اصطکاک سکون μ		مثال کاربردی	جنس قطعات تحت تماس
با روغنکاری	خشک	با روغنکاری	خشک		
0,10...0,05	0,15	0,10	0,20	راهنمای گیره‌های موازی	فولاد/ فولاد
0,10...0,08	0,18	0,15	0,20	ریل ماشینها	چدن/ فولاد
0,06...0,03[2]	0,10	0,10	0,20	محور داخل یاتاقان یکپارچه	آلیاژهای Cu-Sn/ فولاد
0,05...0,03[2]	0,10	0,10	0,15	محور داخل یاتاقان مرکب لایه‌ای	آلیاژهای Pb-Sn/ فولاد
0,12...0,03[2]	0,30	0,15	0,30	محور داخل یاتاقان لغزشی PA	پلی‌آمید/ فولاد
0,04[2]	0,04	0,04	0,04	یاتاقان دما پایین	PTFE/ فولاد
0,03...0,02	0,55	0,30	0,60	لنتهای ترمز	لنت اصطکاکی/ فولاد
0,05	0,35	0,10	0,55	اجزاء خرک مونتاژ	چوب/ فولاد
0,10	0,30	0,20	0,50	چوبهای تکیه‌گاهی	چوب/ چوب
0,20...0,10	0,21	0,16	0,28	زوارهای راهنما	آلیاژهای Cu-Sn/ چدن
–	–	–	0,50	تسمه روی پولیها	چدن/ الاستیک
0,003...0,001	–	–	–	یاتاقان غلتشی[3]/ راهنمای غلتشی[3]	فولاد/ ساچمه بلبیرینگ

[2] با افزایش سرعت لغزش و اصطکاک خود تنظیم مخلوط و مایع، درگیری سطحی از بین می‌رود.

[3] محاسبات علد غم حرکت غلتشی معمولاً مانند حالت اصطکاک سکون و لغزشی انجام می‌شود.

ضریب اصطکاک غلتشی (مقادیر حدودی)

ضریب اصطکاک غلتشی f به mm	مثال کاربردی	جنس قطعات تحت تماس
0,05	چرخ فولادی روی ریل راهنما	فولاد/ فولاد
0,15	قرقره حمل روی کف سالن	بتن/ لاستیک
4,5	لاستیک خودرو روی خیابان	آسفالت/ لاستیک

گشتاور اصطکاکی و توان اصطکاک در یاتاقانها

گشتاور اصطکاکی

$$M = \frac{\mu \cdot F_N \cdot d}{2}$$

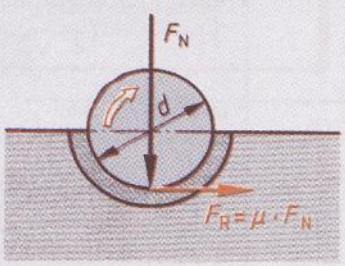
توان اصطکاکی

$$P = \mu \cdot F_N \cdot \pi \cdot d \cdot n$$

گشتاور اصطکاکی M ضریب اصطکاک μ

نیروی عمودی F_N قطر d

توان اصطکاکی P دور n



مثال : محور فولادی در یاتاقان لغزشی Cu-Sn، $\mu = 0,05$؛ $F_N = 6\ kN$؛ $d = 160\ mm$؛ $M = ?$

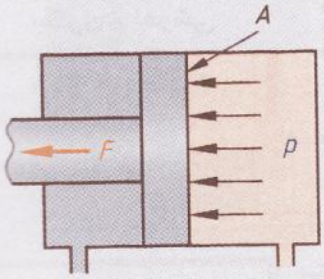
$$M = \frac{\mu \cdot F_N \cdot d}{2} = \frac{0,05 \cdot 6000\ N \cdot 0,16\ m}{2} = \mathbf{24\ N \cdot m}$$

انواع فشار

فشار

فشار p — سطح پیستون A — نیروی پیستون F

$$p = \frac{F}{A}$$



مثال : پیستون- $F = 2\ MN$؛ $d = 400\ mm$ ؛ $p = ?$

$$p = \frac{F}{A} = \frac{2000000\ N}{\frac{\pi \cdot (40\ cm)^2}{4}} = 1591 \frac{N}{cm^2} = \mathbf{159{,}1\ bar}$$

$$1\ Pa = 1\frac{N}{m^2} = 0{,}00001\ bar$$

$$1\ bar = 10\frac{N}{cm^2} = 0{,}1\frac{N}{mm^2}$$

$$1\ mbar = 100\ Pa = 1\ hPa$$

محاسبات هیدرولیک و نیوماتیک : صفحه ۳۶۴

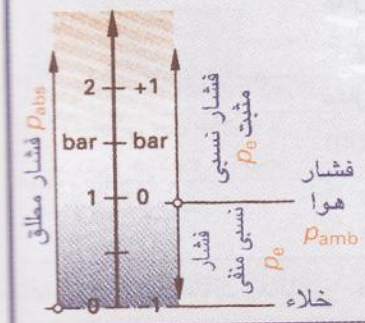
فشار نسبی، فشار هوا، فشار مطلق

فشار نسبی — فشار نسبی p_e — فشار مطلق p_{abs} — فشار هوا، فشار محیط p_{amb}

$$p_e = p_{abs} - p_{amb}$$

فشار نسبی مثبت است اگر $p_{abs} > p_{amb}$

منفی است اگر $p_{abs} < p_{amb}$ (خلاء)



$$p_{amb} = 1{,}013\ bar \approx 1bar$$

(فشار معمولی هوا)

مثال : لاستیک خودرو، $p_e = 2{,}2\ bar$ ؛ $p_{amb} = 1\ bar$ ؛ $p_{abs} = ?$

$$p_{abs} = p_e + p_{amb} = 2{,}2\ bar + 1\ bar = \mathbf{3{,}2\ bar}$$

فشار هیدروستاتیکی، نیروی بالابری (نیروی ارشمیدس)

فشار هیدروستاتیکی — فشار هیدروستاتیکی p_e — جرم مخصوص سیال ϱ — حجم غوطه‌وری V — نیروی بالابری F_A — عمق غوطه‌وری h — شتاب ثقل g

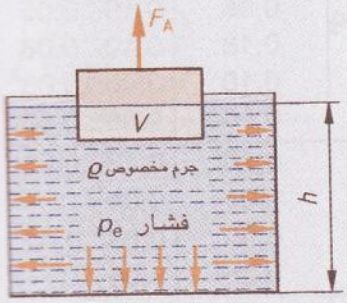
$$p_e = g \cdot \varrho \cdot h$$

نیروی بالابری

$$F_A = g \cdot \varrho \cdot V$$

$$g = 9{,}81\frac{m}{s^2} \approx 10\frac{m}{s^2}$$

جرم مخصوص : صفحه ۱۱۹



مثال : در عمق $10\ m$ آب چه فشاری برقرار است؟

$$p_e = g \cdot \varrho \cdot h = 9{,}81\frac{m}{s^2} \cdot 1000\frac{kg}{m^3} \cdot 10\ m$$

$$= 98100\frac{kg}{m \cdot s^2} = 98100\ Pa \approx \mathbf{1\ bar}$$

تغییر حالت گازها

معادله عمومی گازها

$$\frac{p_{abs1} \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_{abs2} \cdot V_2}{T_2}$$

حالت 1 — فشار مطلق p_{abs1} — حجم V_1 — دمای مطلق T_1

حالت 2 — فشار مطلق p_{abs2} — حجم V_2 — دمای مطلق T_2

موارد خاص : در دمای ثابت

$$p_{abs1} \cdot V_1 = p_{abs2} \cdot V_2$$

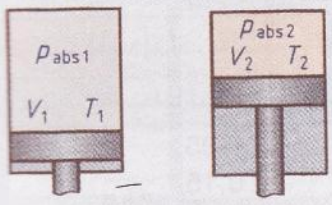
در حجم ثابت

$$\frac{p_{abs1}}{T_1} = \frac{p_{abs2}}{T_2}$$

در فشار ثابت

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

تراکم



مثال : کمپرسوری هوای با حجم $V_1 = 30\ m^3$ را با فشار $p_{abs1} = 1\ bar$ و دمای $t_1 = 15\ °C$ مکیده و آن را تا $V_2 = 3{,}5\ m^2$ و $t_2 = 150\ °C$ متراکم می‌کند.

فشار p_{abs2} چقدر است؟

محاسبه دمای مطلق (صفحه ۵۱) :

$$T_1 = t_1 + 273 = (15 + 273)\ K = 288\ K$$

$$T_2 = t_2 + 273 = (150 + 273)\ K = 423\ K$$

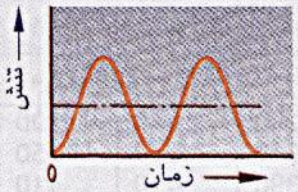
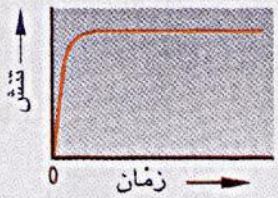
$$p_{abs2} = \frac{p_{abs1} \cdot V_1 \cdot T_2}{T_1 \cdot V_2}$$

$$= \frac{1\ bar \cdot 30\ m^3 \cdot 423\ K}{288\ K \cdot 3{,}5\ m^3} = \mathbf{12{,}6\ bar}$$

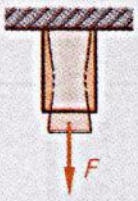
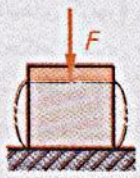
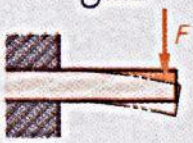
فانون بویل ماریوت

نحوه بارگذاری، انواع بارگذاری، مقادیر استحکام مواد، تنشهای حدی

نحوه بارگذاری

بارگذاری دینامیکی		بارگذاری استاتیکی
متغیر کششی- فشاری (دوطرفه)	متغیر کششی یا فشاری (یکطرفه)	ساکن
نوع بارگذاری III	 نوع بارگذاری II	 نوع بارگذاری I
بارگذاری بین دو مقدار حداکثر مثبت و منفی و برابر تغییرمی‌کند، مثلا درمورد آسیاب	مقدار بارگذاری تا حد ماکزیمم رسیده و دوباره آزاد (صفر) می‌گردد مثلا سیم یک جرثقیل و فنرها.	اندازه و جهت بارگذاری ثابت است، مانند ستون یک سازه.

انواع بارگذاریها، مقادیر استحکام مواد، تنشهای حدی

تنش حدی تعیین‌کننده برای انواع بارگذاریهای			مقادیر مشخصه مواد			تنش	نوع بارگذاری
III	II	I	تغییر شکل	مقادیر حدی دربرابر تغییر شکل خمیری	استحکام		
استحکام متغیر کششی σ_{zIII}	استحکام متغیر کششی σ_{zSch}	جنس ترد (چدن) R_m چقرمه (فولاد) R_e $R_{p\,0,2}$	ازدیاد طول ε ازدیاد طول پارگی A	تنش تسلیم کششی R_e تنش تسلیم قراردادی (معادل 0,2% تغییر طول نسبی) $R_{p\,0,2}$	استحکام کششی R_m	تنش کششی σ_z	کشش 
استحکام متغیر فشاری σ_{dIII}	استحکام متغیر فشاری σ_{dSch}	جنس ترد (چدن) σ_{dB} چقرمه (فولاد) σ_{dF} $\sigma_{d\,0,2}$	کاهش طول ε_d کاهش طول لهیدگی ε_{dB}	تنش تسلیم فشاری σ_{dF} تنش تسلیم فشاری قراردادی (0,2% تغییر طول نسبی) $\sigma_{d\,0,2}$	استحکام فشاری σ_{dB}	تنش فشاری σ_d	فشار 
استحکام متغیر خمشی σ_{bIII}	استحکام متغیر خمشی σ_{bSch}	حد تسلیم خمشی σ_{bF}	خمیدگی f	تنش تسلیم خمشی σ_{bF}	استحکام خمشی σ_{bB}	تنش خمشی σ_b	خمش 
–	–	استحکام برشی τ_{aB}	–	–	استحکام برشی τ_{aB}	تنش برشی (قیچی) τ_a	برش (قیچی)
استحکام متغیر پیچشی τ_{tIII}	استحکام متغیر پیچشی τ_{tSch}	حد تسلیم پیچشی τ_{tF}	زاویه پیچش φ	تنش تسلیم پیچشی τ_{tF}	استحکام پیچشی τ_{tB}	تنش پیچشی τ_t	پیچش
–	–	استحکام کمانش σ_{kB}	–	–	استحکام کمانش σ_{kB}	تنش کمانش σ_k	کمانش

مقادیر استحکام، تنشهای مجاز، ضریب اطمینان

مقادیر استحکام بارگذاری استاتیکی و دینامیکی [1]

انواع بارگذاری	کششی، فشاری			برشی	خمشی			پیچشی		
نحوه بارگذاری	I	II	III	I	I	II	III	I	II	III
تنش حدی σ_{lim}	R_e, $R_{p0,2}$ σ_{dF}, $\sigma_{d0,2}$	σ_{zSch} σ_{dSch}	σ_{zW} σ_{zW}	τ_{aB}	σ_{bF}	σ_{bSch}	σ_{bW}	τ_{tF}	τ_{tSch}	τ_{tW}
جنس	تنش حدی σ_{lim} به N/mm^2									
S235	235	235	150	290	330	290	170	140	140	120
S275	275	275	180	340	380	350	200	160	160	140
E295	295	295	210	390	410	410	240	170	170	150
E335	335	335	250	470	470	470	280	190	190	160
E360	365	365	300	550	510	510	330	210	210	190
C15	440	440	330	600	610	610	370	250	250	210
17Cr3	510	510	390	800	710	670	390	290	290	220
16MnCr5	635	635	430	880	890	740	440	360	360	270
20MnCr5	735	735	480	940	1030	920	540	420	420	310
18CrNiMo7-6	835	835	550	960	1170	1040	610	470	470	350
C22E	340	340	220	400	490	410	240	245	245	165
C45E	490	490	280	560	700	520	310	350	350	210
C60E	580	580	325	680	800	600	350	400	480	240
46Cr2	650	630	370	720	910	670	390	455	455	270
41Cr4	800	710	410	800	1120	750	440	560	510	330
50CrMo4	900	760	450	880	1260	820	480	630	560	330
30CrNiMo8	1050	870	510	1000	1470	930	550	735	640	375
GS-38	200	200	160	300	260	260	150	115	115	90
GS-45	230	230	185	360	300	300	180	135	135	105
GS-52	260	260	210	420	340	340	210	150	150	120
GS-60	300	300	240	480	390	390	240	175	175	140
EN-GJS-400	250	240	140	400	350	345	220	200	195	115
EN-GJS-500	300	270	155	500	420	380	240	240	225	130
EN-GJS-600	360	330	190	600	500	470	270	290	275	160
EN-GJS-700	400	355	205	700	560	520	300	320	305	175

۱) این مقادیر از نمونه‌های آزمایشی به قطر 16 mm و با سطح پولیش شده به‌دست آمده است. این مقادیر برای فولادهای ساختمانی با آنیل نرمال، فولادهای کربوره بعد از سختکاری سمانتاسیوان و ریزکردن دانه‌ها، فولادهای بهسازی در حالت بهسازی شده صادق است.
استحکام فشاری چدن خاکستری با گرافیت ورقه‌ای از فرمول $\sigma_{dB} \approx 4 \cdot R_m$ به‌دست می‌آید.
در سازه‌های فولادی بلند این مقادیر طبق DIN 18800 به‌کار می‌رود.

تنشهای مجاز جهت تعیین ابعاد اجزاء ماشین

ابعاد اجزاء ماشین به دلایل ایمنی باید با کسری از نیرو که باعث تغییر شکل پسماند، شکست و یا شکست خستگی محاسبه می‌شوند.

تنش مجاز

$$\sigma_{zul} = \frac{\sigma_{lim}}{\nu}$$

σ_{zul} تنش مجاز
ν ضریب اطمینان (از جدول زیر)
σ_{lim} تنش حدی بسته به نحوه و نوع بارگذاری

مثال: تنش مجاز کششی اعمالی $\sigma_{z\,zul}$ برای یک پیچ شش‌گوش ISO 4017 – M12 × 50 – 10.9 در بارگذاری استاتیکی با ضریب اطمینان 1,5 چقدر است؟

$$\sigma_{lim} = R_e = 1000\frac{N}{mm^2} \cdot 0,9 = 900\frac{N}{mm^2};\ \sigma_{zzul} = \frac{\sigma_{lim}}{\nu} = \frac{900 N/mm^2}{1,5} = 600\frac{N}{mm^2}$$

مقادیر استحکام پیچها: صفحه ۲۱۱

ضریب اطمینان ν جهت تعیین ابعاد اجزاء ماشین

نحوه بارگذاری	I (استاتیکی)		II و III (دینامیکی)	
جنس	مواد چقرمه مثلا فولاد	مواد ترد مثلا چدنها	مواد چقرمه مثلا فولاد	مواد ترد مثلا چدن
ضریب اطمینان ν	1,2...1,8	2,0...4,0	3...4 [1]	3...6 [1]

۱) ضریب اطمینان بالا غیر از تنش حدی، اثرات کاهنده استحکام در تعیین ابعاد اولیه اجزاء ماشین را هم مورد توجه قرار می‌دهد (استحکام شکلی صفحه ۴۸).

تنش کششی، تنش فشاری، تنش سطحی (لهیدگی)

تنش کششی

تنش کششی

$$\sigma_z = \frac{F}{S}$$

محاسبه تنش مجاز فقط برای بارگذاری استاتیکی صادق‌است (بارگذاری ۱).

تنش حدی (تنش تسلیم یا تناسب)	R_e	تنش کششی	σ_z
استحکام کششی	R_m	نیروی کششی	F
نیروی کششی مجاز	F_{zul}	سطح مقطع	S
تنش کششی مجاز	$\sigma_{z\,zul}$	ضریب اطمینان	ν

نیروی کششی مجاز

$$F_{zul} = \sigma_{z\,zul} \cdot S$$

تنش کششی مجاز

$$\sigma_{z\,zul} = \frac{R_e}{\nu}$$ برای فولاد

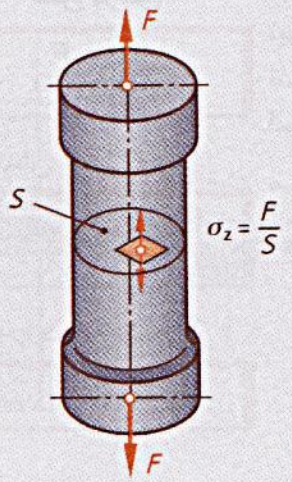
$$\sigma_{z\,zul} = \frac{R_m}{\nu}$$ برای چدن

مثال : مفتول فولادی، $\sigma_{z\,zul} = 130\ N/mm^2$ (S235JR, $\nu = 1{,}8$)؛ $F_{zul} = 13{,}7\ kN$؛ $d = ?$

$$S = \frac{F_{zul}}{\sigma_{z\,zul}} = \frac{13700\ N}{130\ N/mm^2} = 105\ mm^2$$

(طبق جدول صفحه ۱۰) $\mathbf{d = 12\ mm}$

مقادیر استحکام R_e و R_m : صفحه ۱۳۱ تا ۱۳۹ محاسبه تغییر طول الاستیک : صفحه ۱۸۹



تنش فشاری

تنش فشاری

$$\sigma_d = \frac{F}{S}$$

محاسبه تنش مجاز فقط برای بارگذاری استاتیکی صادق است (بارگذاری ۱).

تنش حدی یا تسلیم فشاری (لهیدگی)	σ_{dF}	تنش فشاری	σ_d
استحکام کششی	R_m	نیروی فشاری	F
نیروی فشاری مجاز	F_{zul}	سطح مقطع	S
تنش فشاری مجاز	$\sigma_{d\,zul}$	ضریب اطمینان	ν

نیروی فشاری مجاز

$$F_{zul} = \sigma_{d\,zul} \cdot S$$

تنش فشاری مجاز

$$\sigma_{d\,zul} = \frac{\sigma_{dF}}{\nu}$$ برای فولاد

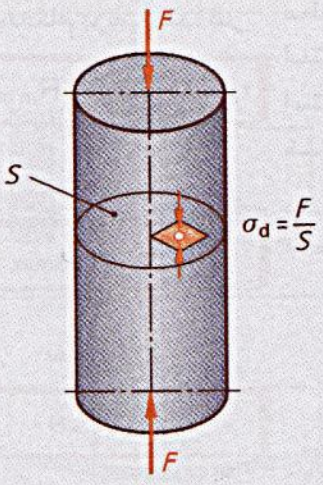
$$\sigma_{d\,zul} \approx \frac{4 \cdot R_m}{\nu}$$ برای چدن

مثال : پایه‌ای از جنس EN-GJL-300؛ $S = 2800\ mm^2$؛ $\nu = 2{,}5$؛ $F_{zul} = ?$

$$\mathbf{F_{zul}} = \sigma_{d\,zul} \cdot S = \frac{4 \cdot R_m}{\nu} \cdot S$$

$$= \frac{4 \cdot 300\ N/mm^2}{2{,}5} \cdot 2800\ mm^2 = \mathbf{1344000\ N}$$

مقادیر استحکام : صفحه ۴۴ و نیز صفحه ۱۶۰ و ۱۶۱



تنش سطحی (لهیدگی)

تنش سطحی

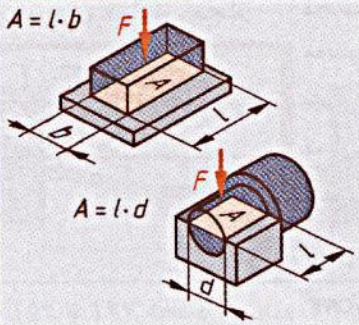
$$p = \frac{F}{A}$$

نیرو	F	سطح تماس (سطح تصویرشده)	A
تنش سطحی	p		

مثال : دو ورق هر کدام به ضخامت 8 mm با پین 30 × 16 × DIN 1445 – 10h11 به هم متصل می‌شود. اندازه نیروی انتقالی در تنش سطحی مجاز برابر $280\ N/mm^2$ چقدر است؟

$$\mathbf{F} = p \cdot A = 280\ \frac{N}{mm^2} \cdot 8\ mm \cdot 10\ mm$$

$$= \mathbf{22400\ N}$$



تنش سطحی مجاز در اتصالات پینی فولادی (مقادیر حدودی)

نوع اتصال و مونتاژ	پین براق با انطباق پرسی			انطباق با اجزاء شیاردار			پین براق با انطباق جذب		
نحوه بارگذاری	I	II	III	I	II	III	I	II	III
جنس	تنش سطحی مجاز به N/mm^2								
S235	100	70	35	70	50	25	30	25	10
E295	105	75	40	75	55	30	30	25	10
فولاد ریختگی	85	60	30	60	45	20	30	25	10
چدن	70	50	25	50	35	20	40	30	15
آلیاژهای CuSn-, CuZn-	40	30	15	30	20	10	40	30	15
آلیاژ AlCuMg	65	45	25	45	35	15	20	15	10

مقادیر توصیه برای بارگذاری مجاز ویژه مواد مختلف یاتاقانهای لغزشی : صفحه ۲۶۴

تنش برشی و تنش کمانشی

تنش برشی

تنش برشی

$$\tau_a = \frac{F}{S}$$

تنش برشی مجاز

$$\tau_{a\,zul} = \frac{\tau_{aB}}{\nu}$$

نیروی برشی مجاز

$$F_{zul} = S \cdot \tau_{a\,zul}$$

سطح مقطع تحت تنش برشی نباید بریده شده و قیچی شود.

F_{zul} نیروی برشی مجاز — τ_a تنش برشی

$\tau_{a\,zul}$ تنش برشی مجاز — S سطح مقطع

τ_{aB} استحکام برشی — ν ضریب اطمینان

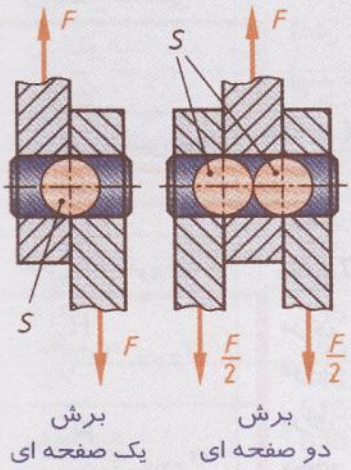
مثال: پین به قطر $\varnothing 6$ mm تحت برش یک مقطعی قرار می‌گیرد، E 295؛ $\nu = 3$؛ $F_{zul} = ?$

$$\tau_{a\,zul} = \frac{\tau_{aB}}{\nu} = \frac{390\ N/mm^2}{3} = 130\frac{N}{mm^2}$$

$$S = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{\pi \cdot (6\ mm)^2}{4} = 28{,}3\ mm^2$$

$$F_{zul} = S \cdot \tau_{a\,zul} = 28{,}3\ mm^2 \cdot 130\ N/mm^2 = \mathbf{3679\ N}$$

مقادیر استحکام τ_{aB} و ضریب اطمینان: صفحه ۴۴



برش دو صفحه ای — برش یک صفحه ای

پانچ مواد

استحکام برشی حداکثر

$$\tau_{a\,Bmax} \approx 0{,}8 \cdot R_{m\,max}$$

نیروی برش

$$F = S \cdot \tau_{a\,Bmax}$$

سطح برش

$$S = U \cdot s$$

سطح مقطع تحت برش باید بریده شود.

$\tau_{aB\,max}$ استحکام برشی حداکثر — S مساحت مقطع تحت‌برش

$R_{m\,max}$ استحکام کششی حداکثر — F نیروی برش

s ضخامت ورق — U محیط

مثال: پانچ ورق به ضخامت 3 mm از جنس S235JR، $d = 16$ mm; $F = ?$

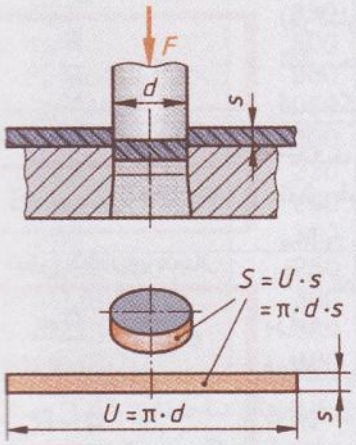
$R_{m\,max} = 470\ N/mm^2$ (جدول صفحه ۱۳۰)

$$\tau_{aB\,max} \approx 0{,}8 \cdot R_{m\,max} = 0{,}8 \cdot 470\ N/mm^2 = 376\ N/mm^2$$

$$S = \pi \cdot d \cdot s = \pi \cdot 16\ mm \cdot 3\ mm = 150{,}8\ mm^2$$

$$F = S \cdot \tau_{aB\,max} = 150{,}8\ mm^2 \cdot 376\ mm^2 = \mathbf{56{,}7\ kN}$$

مقادیر استحکام $R_{m\,max}$ فولادها: صفحه ۱۳۱ تا ۱۳۹



تنش کمانشی (طبق اویلر)

نیروی کمانش مجاز

$$F_{k\,zul} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{l_k^2 \cdot \nu}$$

محاسبه کمانش طبق اویلر فقط برای اجزاء سازه‌ای باریک و در داخل محدوده ارتجاعی (الاستیکی) قطعه‌کار صادق است.

$F_{k\,zul}$ نیروی کمانش مجاز — E مدول الاستیسیته

I ممان سطحی درجه 2 — l_k طول بدون کمانش

ν ضریب اطمینان (در ماشین‌سازی = 3...10) — l طول

مثال: تیر IPB200، $l = 3{,}5$ m، دوسر درگیر، $\nu = 10$؛ $F_{k\,zul} = ?$

$E = 210\,000\ N/mm^2 = 21 \cdot 10^6\ N/cm^2$ (جدول زیر)،

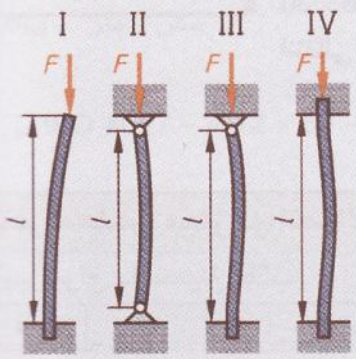
$I = 2000\ cm^4$ [1]

$$F_{k\,zul} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{l_k^2 \cdot \nu} = \frac{\pi^2 \cdot 21 \cdot 10^6\ N/cm^2 \cdot 2000\ cm^4}{(0{,}5 \cdot 350\ cm)^2 \cdot 10}$$

$$= 1{,}35 \cdot 10^6\ N = \mathbf{1{,}35\ MN}$$

۱) ممان سطحی درجه 2: صفحه ۴۹ و ۱۴۷ تا ۱۵۲. برای سازه‌های فولادی بلند طبق DIN 18800 و DIN 4114 روشهای محاسبه خاصی پیش‌بینی شده است.

نحوه بارگذاری و طول بدون کمانش (طبق Euler)



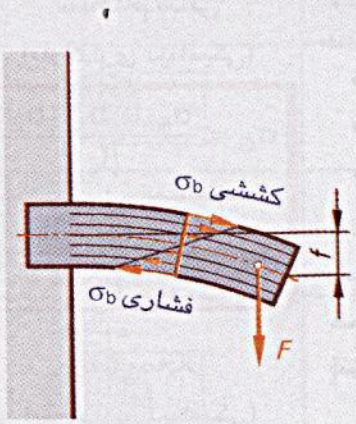
مدول الاستیسیته E برحسب kN/mm^2

فولاد	EN-GJL-150	EN-GJL-300	EN-GJS-400	GS-38	EN-GJMW-350-4	CuZn40	آلیاژ Al-	آلیاژ Ti-
196...216	80...90	110...140	170...185	210	170	80...100	60...80	112...130

تنش خمشی و تنش پیچشی

تنش خمشی

در تنش خمشی، قطعات تحت تنش کششی و فشاری قرار می‌گیرند، ماکزیمم تنش در سطح بیرونی قطعه روی می‌دهد. این تنش نباید از تنش خمشی مجاز بیشتر شود.



F نیروی خمشی — W مدول مقطع محوری

σ_b تنش خمشی — f جابه‌جایی خط خنثی

M_b گشتاور خمشی

تنش خمشی

$$\sigma_b = \frac{M_b}{W}$$

تنش خمشی مجاز $\sigma_{b\,zul}$ ← صفحه ۴۴

مثال: تیر IPE-240، $W = 324\ cm^3$ (صفحه ۱۵۰)، تیر یک سر درگیر، نیروی متمرکز $F = 25\ kN$، $l = 2{,}6\ m$، $\sigma_b = ?$

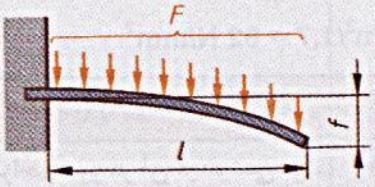
$$\sigma_b = \frac{M_b}{W} = \frac{F \cdot l}{W} = \frac{25000\ N \cdot 260\ cm}{324\ cm^3}$$

$$= 20\,061\ N/cm^2 = \mathbf{200\ N/mm^2}$$

تنش خمشی و بارگذاری خمشی اجزاء ساختمانی

تیر با بارگذاری گسترده

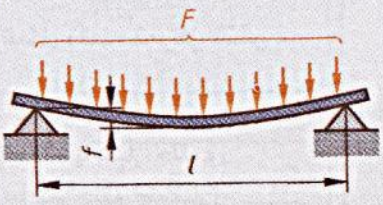
تیر یک سر درگیر



$$M_b = \frac{F \cdot l}{2}$$

$$f = \frac{F \cdot l^3}{8 \cdot E \cdot I}$$

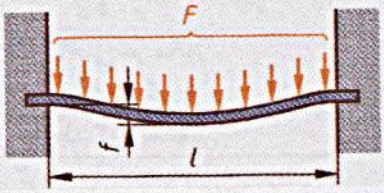
تیر روی دو پایه



$$M_b = \frac{F \cdot l}{8}$$

$$f = \frac{5 \cdot F \cdot l^3}{384 \cdot E \cdot I}$$

تیر دو سر درگیر



$$M_b = \frac{F \cdot l}{12}$$

$$f = \frac{F \cdot l^3}{384 \cdot E \cdot I}$$

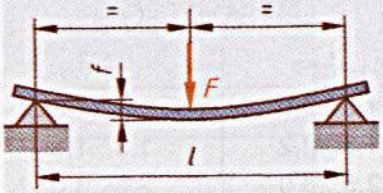
تیر با بارگذاری نیروی متمرکز

تیر یک سر درگیر

$$M_b = F \cdot l$$

$$f = \frac{F \cdot l^3}{3 \cdot E \cdot I}$$

تیر روی دو پایه



$$M_b = \frac{F \cdot l}{4}$$

$$f = \frac{F \cdot l^3}{48 \cdot E \cdot I}$$

تیر دو سر درگیر

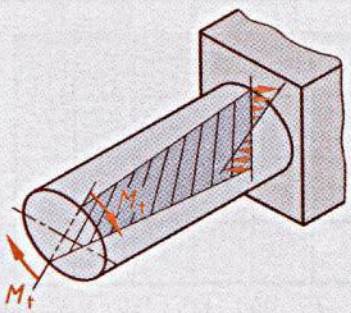
$$M_b = \frac{F \cdot l}{8}$$

$$f = \frac{F \cdot l^3}{192 \cdot E \cdot I}$$

E ← ماژول الاستیسیته، مقادیر: صفحه ۴۶

I ← ممان سطحی درجه 2، فرمول: صفحه ۴۹، مقادیر: صفحه ۱۴۷ تا ۱۵۲

تنش پیچشی



τ_t تنش پیچشی — M_t گشتاور پیچشی

W_p مدول مقطع قطبی

تنش پیچشی

$$\tau_t = \frac{M_t}{W_p}$$

مثال: محور، $d = 32\ mm$؛ $M_t = 420\ N \cdot m$؛ $\tau_t = ?$

$$W_p = \frac{\pi \cdot d^3}{16} = \frac{\pi \cdot (32\ mm)^3}{16} = 6434\ mm^3$$

$$\tau_t = \frac{M_t}{W_p} = \frac{420000\ N \cdot mm}{6434\ mm^3} = \mathbf{65{,}3\ \frac{N}{mm^2}}$$

مدول مقطع قطبی: صفحه ۴۹ و ۱۵۲

استحکام وابسته به طرح و شکل

استحکام وابسته به شکل و تنش مجاز در بارگذاری دینامیکی

استحکام شکلی (بارگذاری دینامیکی)

استحکام شکلی استحکام خستگی مقطع تحت بار دینامیکی و با نگرش اثرات کاهنده شکل و طراحی قطعه‌کار روی استحکام آن می‌باشد. اثرات اصلی عبارتند از :

- شکل قطعه‌کار (اثر تمرکز تنش)،
- کیفیت ماشینکاری (صافی سطح) و
- ابعاد قطعه خام (ضخامت).

$$\sigma_G = \frac{\sigma_{lim} \cdot b_1 \cdot b_2}{\beta_k}$$

$$\tau_G = \frac{\tau_{lim} \cdot b_1 \cdot b_2}{\beta_k}$$

با توجه به ضریب اطمینان لازم تنش مجاز سطح تحت بار دینامیکی به‌دست می‌آید.

b_1 ضریب صافی سطح　b_2 ضریب اندازه　β_k ضریب تمرکز تنش

ν_D ضریب اطمینان شکست خستگی　$\sigma(\tau)_{zul}$ تنش مجاز　σ_G استحکام شکلی

σ_{lim} تنش حدی مقطع با تمرکز تنش مثلاً σ_{bw} یا τ_{tSch} (صفحه ۴۴)

تنش مجاز (بارگذاری دینامیکی)

$$\sigma_{zul} = \frac{\sigma_G}{\nu_D}$$

$$\tau_{zul} = \frac{\tau_G}{\nu_D}$$

مثال : محور گردان، E335، با سوراخ عرضی، صافی سطح $R_z = 25\ \mu m$، قطر قطعه خام $d = 50\ mm$، ضریب اطمینان $\nu_D = 1,7$، $\sigma_G = ?$، $\sigma_{zul} = ?$

$\sigma_{bW} = 280\ N/mm^2$ (صفحه ۴۴)؛ $b_1 = 0,8$ (دیاگرام پایین، $R_m = 570\ N/mm^2$)؛

$\beta_k = 1,7$ (جدول زیر)؛ $b_2 = 0,8$ (دیاگرام پایین)

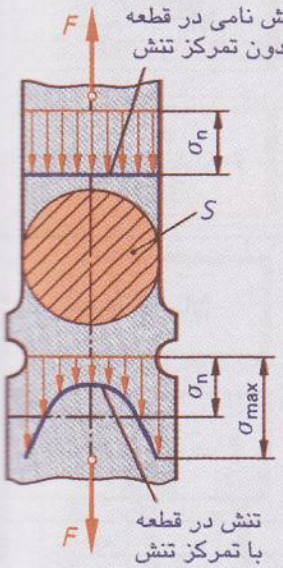
$$\sigma_G = \frac{\sigma_{bW} \cdot b_1 \cdot b_2}{\beta_k} = \frac{280\,N/mm^2 \cdot 0,8 \cdot 0,8}{1,7} = \mathbf{105\ N/mm^2}$$

$$\sigma_{zul} = \sigma_G/\nu_D = 105\ N/mm^2/1,7 = \mathbf{62\ N/mm^2}$$

تمرکز تنش و ضریب تمرکز تنش β_k فولاد

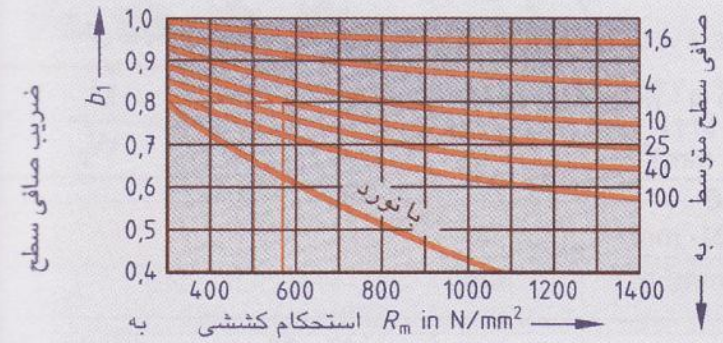
مقطع بدون تمرکز تنش، دارای توزیع یکنواخت تنش است و اثرات مزاحم نیرو در آن دیده نمی‌شود. تغییر مقطع، منجر به تمرکز خطوط نیرو شده و نموداری منحنی مانند از تنش می‌شود. کاهش استحکام در وهله اول به شکل گاه و شیار و نیز به حساسیت جنس قطعه آن بستگی دارد.

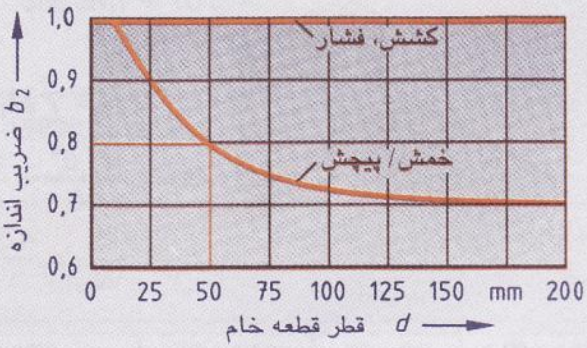
مثال : توزیع تنش در بارگذاری دینامیکی



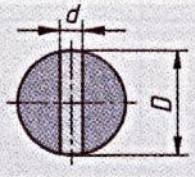
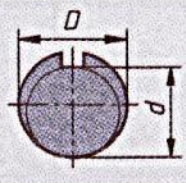
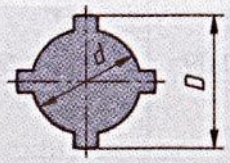
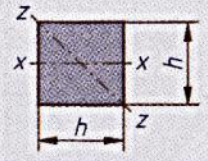
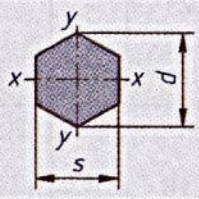
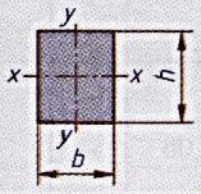
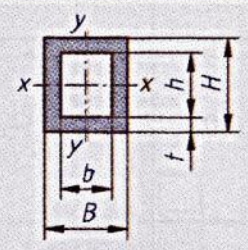
شکل نقطه تمرکز تنش	جنس	ضریب تمرکز تنش	
		خمشی	پیچشی
محور پله‌دار	S185...E335	1,5...2,0	1,3...1,8
محور با گاه یا شیار حلقوی	S185...E335	1,5...2,2	1,3...1,8
محور با گاه حلقه اطمینان	S185...E335	2,5...3,0	2,5...3,0
جای خار چهارگوش در محور	S185...E335	1,9...1,9	1,5...1,6
	C45E+QT	1,9...2,1	1,6...1,7
	50CrMo4+QT	2,1...2,3	1,7...1,8
جای خار ناخنی در محور	S185...E335	2,0...3,0	2,0...3,0
محور هزارخاری	S185...E335	–	1,6...1,8
محور با نقطه گذر به توپی	S185...E335	2,0	1,5
محور گردان یا ثابت با سوراخ عرضی	S185...E335	1,4...1,7	1,4...1,8
تسمه تخت سوراخدار	S185...E335	1,3...1,5	بارگذاری کششی 1,6...1,8

ضریب صافی سطح b_1 و ضریب اندازه b_2 فولاد





ممان سطحی و مدول مقطع[1]

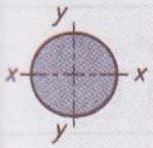
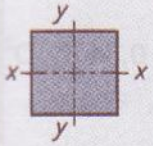
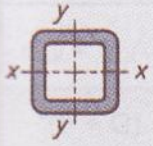
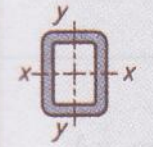
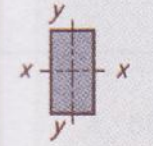
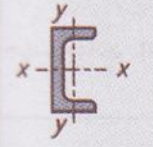
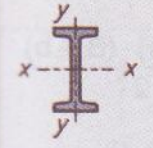
شکل سطح مقطع	خمش و کمانش		پیچش
	ممان سطحی درجه 2 I	مدول مقطع محوری W	مدول مقطع قطبی W_p
	$I = \frac{\pi \cdot d^4}{64}$	$W = \frac{\pi \cdot d^3}{32}$	$W_p = \frac{\pi \cdot d^3}{16}$
	$I = \frac{\pi \cdot (D^4 - d^4)}{64}$	$W = \frac{\pi \cdot (D^4 - d^4)}{32 \cdot D}$	$W_p = \frac{\pi \cdot (D^4 - d^4)}{16 \cdot D}$
	$I = 0{,}05 \cdot D^4 - 0{,}083\, d \cdot D^3$	$W = 0{,}1 \cdot D^3 - 0{,}17\, d \cdot D^2$	$W_p = 0{,}2 \cdot D^3 - 0{,}34\, d \cdot D^2$
	$I = 0{,}003 \cdot (D + d)^4$	$W = 0{,}012 \cdot (D + d)^3$	$W_p = 0{,}2 \cdot d^3$
 برای محورهای با خار بیشتر هم صادق است	$I = 0{,}003 \cdot (D + d)^4$	$W = 0{,}012 \cdot (D + d)^3$	$W_p = 0{,}006 \cdot (D + d)^3$
	$I_x = I_z = \frac{h^4}{12}$	$W_x = \frac{h^3}{6}$ $W_z = \frac{\sqrt{2} \cdot h^3}{12}$	$W_p = 0{,}208 \cdot h^3$
	$I_x = I_y = \frac{5 \cdot \sqrt{3} \cdot s^4}{144}$ $I_x = I_y = \frac{5 \cdot \sqrt{3} \cdot d^4}{256}$	$W_x = \frac{5 \cdot s^3}{48} = \frac{5 \cdot \sqrt{3} \cdot d^3}{128}$ $W_y = \frac{5 \cdot s^3}{24 \cdot \sqrt{3}} = \frac{5 \cdot d^3}{64}$	$W_p = 0{,}188 \cdot s^3$ $W_p = 0{,}123 \cdot d^3$
	$I_x = \frac{b \cdot h^3}{12}$ $I_y = \frac{h \cdot b^3}{12}$	$W_x = \frac{b \cdot h^2}{6}$ $W_y = \frac{h \cdot b^2}{6}$	$W_p = \eta \cdot b^2 \cdot h$ جهت مقادیر η به جدول زیر ر.ک.
	$I_x = \frac{B \cdot H^3 - b \cdot h^3}{12}$ $I_y = \frac{H \cdot B^3 - h \cdot b^3}{12}$	$W_x = \frac{B \cdot H^3 - b \cdot h^3}{6 \cdot h}$ $W_y = \frac{H \cdot B^3 - h \cdot b^3}{6 \cdot B}$	$W_p = \frac{t \cdot (H + h) \cdot (B + b)}{2}$

[1] ممان سطحی درجه 2 و مدول مقطع محوری پروفیلها : صفحه ۱۴۷ تا ۱۵۲

ضریب کمکی η برای مدول مقطع قطبی مقاطع چهارگوش

h/b	1	1,5	2	3	4	6	8	10	∞
η	0,208	0,231	0,246	0,267	0,282	0,299	0,307	0,313	0,333

مقایسه شکل مقاطع مختلف

مقطع		وزن طولی		مدول مقطع و ممان سطحی در انواع بارگذاریها							
				خمش				کمانش		پیچش	
شکل	مشخصه استاندارد	m'		W_x		W_y		I_{min}		W_p	
		kg/m	ضریب[1]	cm^3	ضریب[1]	cm^3	ضریب[1]	cm^3	ضریب[1]	cm^3	ضریب[1]
	مفتول گرد EN 10060 – 100	61,7	1,00	98	1,00	98	1,00	491	1,00	196	1,00
	مفتول چهارگوش EN 10059 – 100	78,5	1,27	167	1,70	167	1,70	833	1,70	208	1,06
	لوله EN 10220 – 114,3 × 6,3	16,8	0,27	55	0,56	55	0,56	313	0,64	110	0,56
	پروفیل توخالی EN 10210-2 100 × 100 × 6,3	18,3	0,30	67,8	0,69	67,8	0,69	339	0,69	110	0,56
	پروفیل توخالی EN 10210-2 120 × 60 × 6,3	16,1	0,26	59	0,60	38,6	0,39	116	0,24	77	0,39
	تسمه تخت EN 10058 – 100 × 50	39,3	0,64	83	0,85	41,7	0,43	104	0,21	–	–
	پروفیل سه پری EN 10055 – T100	16,4	0,27	24,6	0,25	17,7	0,18	88,3	0,18	–	–
	پروفیل ناودانی DIN 1026 – U100	10,6	0,17	41,2	0,42	8,5	0,08	29,3	0,06	–	–
	پروفیل I DIN 1025-I100	8,3	0,13	34,2	0,35	4,9	0,05	12,2	0,02	–	–
	پروفیل I پهن DIN 1025-IPB100	20,4	0,33	89,9	0,92	33,5	0,34	167	0,34	–	–

۱) ضرایب مربوط به مفتول گرد EN 10060-100 (مقطع اولین ردیف جدول)

اثرات تغییر دما

دما

دما برحسب کلوین

$$T = t + 273$$

دما برحسب فارنهایت

$$t_F = 1{,}8\ t + 32$$

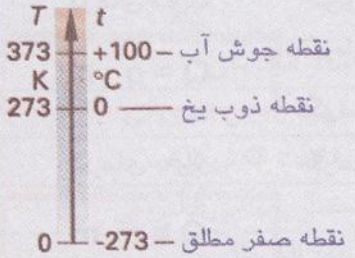
دما برحسب کلوین (K)، درجه سلسیوس (°C) یا درجه فارنهایت (°F) اندازه‌گیری می‌شود. مقیاس کلوین از حداقل دمای ممکن یعنی صفر مطلق و مقیاس سلسیوس از نقطه ذوب یخ شروع می‌شود.

t, ϑ دما به °C — t_F دما به °F

T دما به K (دمای ترمودینامیکی)

مثال : $t = 20\ °C$ ؛ $T = ?$

$$T = t + 273 = (20 + 273)\ K = \mathbf{293\ K}$$



تغییر طول، تغییر قطر

تغییر طول

$$\Delta l = \alpha_l \cdot l_1 \cdot \Delta t$$

تغییر قطر

$$\Delta d = \alpha_l \cdot d_1 \cdot \Delta t$$

ضریب انبساط طولی : صفحه ۱۱۸ و ۱۱۹

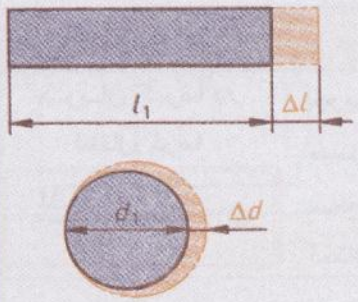
تغییر طول Δl — طول اولیه l_1 — تغییر دما $\Delta t, \Delta\vartheta$

تغییر قطر Δd — قطر اولیه d_1 — ضریب انبساط طولی α_l

مثال : صفحه فولادی، $l_1 = 120\ mm$ ؛ $\alpha_l = 0{,}000\ 012\ \frac{1}{°C}$ ؛ $\Delta t = 800\ °C$ ؛ $\Delta l = ?$

$$\Delta l = \alpha_l \cdot l_1 \cdot \Delta t = 0{,}000\ 012\ \frac{1}{°C} \cdot 120\ mm \cdot 800\ °C$$

$$= \mathbf{1{,}15\ mm}$$



تغییر حجم

تغییر حجم

$$\Delta V = \alpha_V \cdot V_1 \cdot \Delta t$$

برای مواد جامد $\alpha_V = 3 \cdot \alpha_l$

ضریب انبساط حجمی : صفحه ۱۱۹

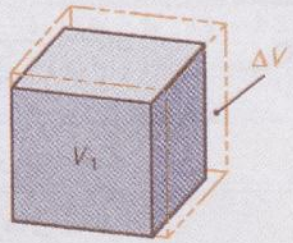
انبساط حجمی (تغییر حالت گرما) : صفحه ۴۲

تغییر حجم ΔV — ضریب انبساط حجمی α_V

حجم اولیه V_1 — تغییر دما $\Delta t, \Delta\vartheta$

مثال : بنزین، $V_1 = 60\ l$ ؛ $\alpha_V = 0{,}001\ \frac{1}{°C}$ ؛ $\Delta t = 32\ °C$ ؛ $\Delta V = ?$

$$\Delta V = \alpha_V \cdot V_1 \cdot \Delta t = 0{,}001\ \frac{1}{°C} \cdot 60\ l \cdot 32\ °C = \mathbf{1{,}9\ l}$$



انقباض

طول مدل

$$l_1 = \frac{l \cdot 100\%}{100\% - S}$$

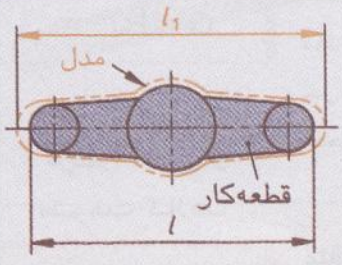
اندازه انقباض : صفحه ۱۶۲

طول مدل ریخته‌گری l_1 — اندازه انقباض به % S

طول قطعه‌کار l

مثال : قطعه ریختگی- Al، $l = 680\ mm$ ؛ $S = 1{,}2\%$ ؛ $l_1 = ?$

$$l_1 = \frac{l \cdot 100\%}{100\% - S} = \frac{680\ mm \cdot 100\%}{100\% - 1{,}2\%} = \mathbf{688{,}2\ mm}$$



مقدار گرما در تغییرات دما

مقدار گرما

$$Q = c \cdot m \cdot \Delta t$$

$$1\ kJ = \frac{1\ kW \cdot h}{3600}$$

$$1\ kW \cdot h = 3{,}6\ MJ$$

ظرفیت گرمایی ویژه : صفحه ۱۱۸ و ۱۱۹

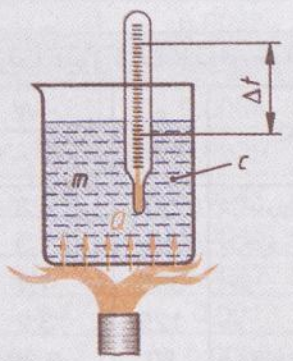
ظرفیت گرمایی ویژه یک ماده بیان می‌کند چه مقدار گرما جهت افزایش دمای آن به اندازه $1\ °C$ برای $1\ kg$ لازم است. به هنگام خنک شدن همان مقدار گرما پس داده می‌شود.

مقدار گرما Q — ظرفیت گرمایی ویژه c

جرم m — تغییر دما $\Delta t, \Delta\vartheta$

مثال : محور فولادی، $m = 2\ kg$ ؛ $c = 0{,}48\ \frac{kJ}{kg \cdot °C}$ ؛ $\Delta t = 800\ °C$ ؛ $Q = ?$

$$Q = c \cdot m \cdot \Delta t = 0{,}48\ \frac{kJ}{kg \cdot °C} \cdot 2\ kg \cdot 800\ °C = \mathbf{768\ kJ}$$



گرمای ذوب، بخار و احتراق (سوخت)

گرمای ذوب و بخار

گرمای ذوب

$$Q = q \cdot m$$

گرمای بخار

$$Q = r \cdot m$$

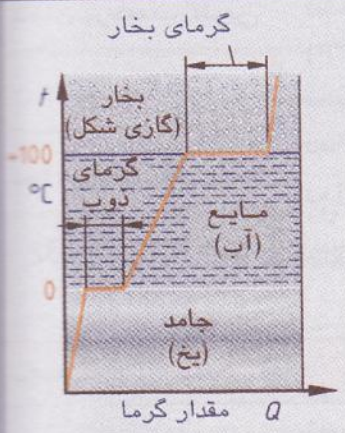
گرمای ذوب و بخار ویژه : صفحه ۱۱۸ و ۱۱۹

برای اینکه مواد جامد یا سیال به حالت گاز تغییر یابد نیاز به انرژی گرمایی (گرمای ذوب یا بخار) است.

گرمای بخار ویژه	r	گرمای ذوب، گرمای بخار	Q
گرمای ذوب ویژه	q	جرم	m

مثال : مس، $m = 6,5\ kg$؛ $q = 213\ \frac{kJ}{kg}$؛ $Q = ?$

$$Q = q \cdot m = 213\ \frac{kJ}{kg} \cdot 6,5\ kg = 1384,5\ kJ = \mathbf{1,4\ MJ}$$



جریان گرما

جریان گرما در انتقال گرما

$$\Phi = \frac{\lambda \cdot A \cdot \Delta t}{s}$$

جریان گرما در عبور گرما

$$\Phi = k \cdot A \cdot \Delta t$$

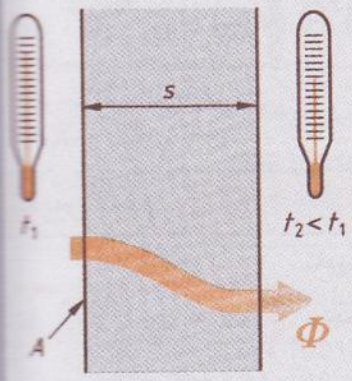
قابلیت رسانایی گرما λ : صفحه ۱۱۸ و ۱۱۹
ضریب عبور گرما k : آخر این صفحه

جریان گرما Φ از نقطه با دمای بالا به نقطه با دمای پایین انتقال می‌یابد.
ضریب عبور گرما k قابلیت رسانایی گرما و مقاومتهای عبور گرما در سطح مرزی اجزاء را موردتوجه قرار می‌دهد.

اختلاف دما	$\Delta t, \Delta\vartheta$	جریان گرما	Φ
ضخامت اجزاء	s	قابلیت رسانایی گرما	λ
سطح اجزاء	A	ضریب عبور گرما	k

مثال : شیشه عایق گرما، $k = 1,9\ \frac{W}{m^2 \cdot °C}$؛ $A = 2,8\ m^2$؛ $\Delta t = 32\ °C$؛ $\Phi = ?$

$$\Phi = k \cdot A \cdot \Delta t = 1,9\ \frac{W}{m^2 \cdot °C} \cdot 2,8\ m^2 \cdot 32\ °C = \mathbf{170\ W}$$



گرمای احتراق

گرمای حاصل از سوخت جامد و مایع

$$Q = H_u \cdot m$$

گرمای حاصل از سوخت گازها

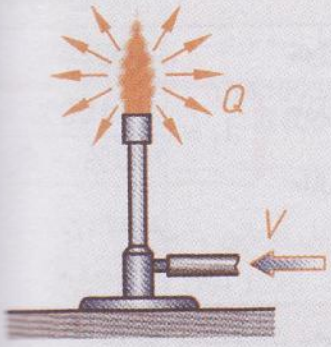
$$Q = H_u \cdot V$$

منظور از مقدار گرمای ویژه یک ماده، مقدار گرمای حاصل از سوختن کامل 1 kg یا $1\ m^3$ از آن ماده است.

مقدار گرمای حاصل از سوخت	Q		
مقدار گرمای ویژه	H_u, H		
جرم سوخت جامد یا مایع	m		
حجم سوخت گاز	V		

مثال : گاز، $V = 3,8\ m^3$؛ $H_u = 35\ \frac{MJ}{m^3}$؛ $Q = ?$

$$Q = H_u \cdot V = 35\ \frac{MJ}{m^3} \cdot 3,8\ m^3 = \mathbf{133\ MJ}$$



ضریب عبور گرما k برای مواد و اجزاء ساختمانی

اجزاء ساختمانی	s mm	$k\ \frac{W}{m^2 \cdot °C}$
در بیرونی، فولادی	50	5,8
پنجره کامپوزیتی	12	1,3
آجر	365	1,1
بام	125	3,2
صفحه عایق حرارتی	80	0,39

گرمای ویژه سوختها H_u (H)

سوختهای گازی	H_u MJ/kg	سوختهای مایع	H_u MJ/kg	سوختهای جامد	H_u MJ/kg
هیدروژن	10	الکل	27	چوب	15...17
گاز طبیعی	34...35	بنزول	40	زیست توده	14...18
استیلن	57	بنزین	43	زغال قهوه‌ای	16...20
پروپان	93	گازوییل	41...43	کک	30
بوتان	123	روغن گرمایش (مازوت)	40...43	زغال سنگ	30...34

کمیتها و واحدها، قانون اهم، مقاومت

کمیتها و واحدهای الکتریکی

$$1\,\Omega = \frac{1\,V}{1\,A}$$

$$1\,W = 1\,V \cdot 1\,A$$

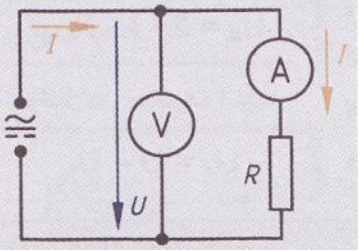
کمیت		واحد	
نام	علامت	نام	علامت
ولتاژ الکتریکی	U	Volt	V
شدت جریان الکتریکی	I	Ampere	A
مقاومت الکتریکی	R	Ohm	Ω
مقدار رسانایی الکتریکی	G	Siemens	S
توان الکتریکی	P	Watt	W

قانون اهم

شدت جریان الکتریکی

$$I = \frac{U}{R}$$

مطالب مشابه: صفحه ۳۴۷



ولتاژ الکتریکی به V U

شدت جریان الکتریکی به A I

مقاومت به Ω R

مثال: $R = 88\,\Omega$؛ $U = 230\,V$؛ $I = ?$

$$I = \frac{U}{R} = \frac{230\,V}{88\,\Omega} = \mathbf{2{,}6\,A}$$

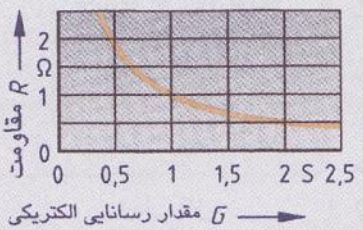
مقاومت و مقدار رسانایی الکتریکی

مقاومت

$$R = \frac{1}{G}$$

مقدار رسانایی الکتریکی

$$G = \frac{1}{R}$$



مقاومت به Ω R

مقدار رسانایی الکتریکی به S G

مثال: $R = 20\,\Omega$; $G = ?$

$$G = \frac{1}{R} = \frac{1}{20\,\Omega} = \mathbf{0{,}05\,S}\ (\text{یا mho})$$

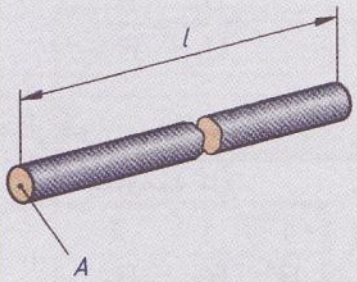
مقاومت الکتریکی ویژه، قابلیت رسانایی الکتریکی، مقاومت الکتریکی

مقاومت الکتریکی ویژه

$$\varrho = \frac{1}{\gamma}$$

مقاومت سیم

$$R = \frac{\varrho \cdot l}{A}$$



طول سیم به m l

مقاومت به Ω R

مقاومت الکتریکی ویژه به $\Omega \cdot mm^2/m$ ϱ

قابلیت رسانایی الکتریکی به $m/(\Omega \cdot mm^2)$ γ

سطح مقطع سیم به mm^2 A

مثال: سیم مسی، $l = 100\,m$؛ $A = 1{,}5\,mm^2$؛

$\varrho = 0{,}0179\,(\Omega \cdot mm^2/m)$; $R = ?$

$$R = \frac{\varrho \cdot l}{A} = \frac{0{,}0179\,(\Omega \cdot mm^2/m) \cdot 100\,m}{1{,}5\,mm^2} = \mathbf{1{,}19\,\Omega}$$

مقاومت و دما

تغییر دما

$$\Delta R = \alpha \cdot R_{20} \cdot \Delta t$$

مقاومت در دمای t

$$R_t = R_{20} + \Delta R$$

$$R_t = R_{20} \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta t)$$

تغییر مقاومت به Ω ΔR

اختلاف دما به K Δt

مقاومت در دمای 20 °C به Ω R_{20}

ضریب دما (مقدار T_k) به 1/K α

مقاومت در دمای t به Ω R_t

مثال: سیم مسی، $R_{20} = 150\,\Omega$؛ $t = 75\,°C$؛ $R_t = ?$

$\alpha = \mathbf{0{,}0039\ 1/K}$; $\Delta t = 75\,°C - 20\,°C = 55\,°C \triangleq \mathbf{55\,K}$

$$R_t = R_{20} \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta t)$$

$$= 150\,\Omega \cdot (1 + 0{,}0039\ 1/K \cdot 55\,K) = \mathbf{182{,}2\,\Omega}$$

جنس	مقدار T_k، α به 1/K
آلومینیم	0,0040
سرب	0,0039
طلا	0,0037
مس	0,0039
نقره	0,0038
تنگستن	0,0044
قلع	0,0045
روی	0,0042
گرافیت	− 0,0013
کنستانتان	± 0,00001

چگالی جریان، مدار مقاومتها

چگالی جریان در سیمها

چگالی جریان

$$J = \frac{I}{A}$$

چگالی جریان به A/mm^2 J — شدت‌جریان به A I

سطح مقطع سیم به mm^2 A

مثال: $A = 2{,}5\ mm^2$؛ $I = 4\ A$؛ $J = ?$

$$J = \frac{I}{A} = \frac{4\ A}{2{,}5\ mm^2} = \mathbf{1{,}6\ A/mm^2}$$

افت ولتاژ در سیمها

افت ولتاژ

$$U_a = 2 \cdot I \cdot R_{Ltg}$$

ولتاژ در مصرف‌کننده

$$U_v = U - U_a$$

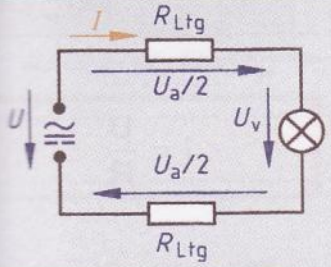
مقاومت سیم قبل‌از مصرف‌کننده و یا بعداز مصرف‌کننده R_{Ltg}

ولتاژ مصرف‌کننده به V U_v

افت ولتاژ در سیم به V U_a

شدت جریان به A I

ولتاژ منبع به V U



مدار سری مقاومتها

مقاومت کل

$$R = R_1 + R_2 + \dots$$

ولتاژ کل

$$U = U_1 + U_2 + \dots$$

جریان کل

$$I = I_1 = I_2 = \dots$$

ولتاژ جزء

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

مقاومت کل، مقاومت معادل به Ω R — ولتاژ کل به V U

شدت جریان کل به A I — ولتاژ جزء U_1, U_2

مقاومتهای جزء به Ω R_1, R_2 — جریانهای جزء I_1, I_2

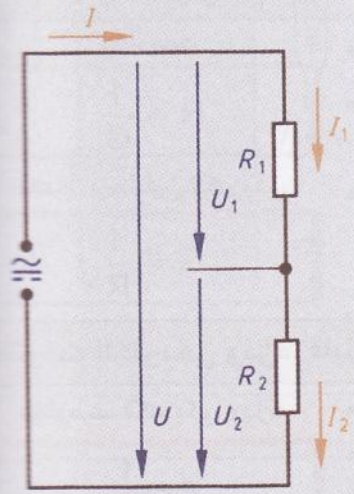
مثال: $R_1 = 10\ \Omega$؛ $R_2 = 20\ \Omega$؛ $U = 12\ V$؛ $R = ?$؛ $I = ?$؛ $U_1 = ?$؛ $U_2 = ?$

$$\mathbf{R} = R_1 + R_2 = 10\ \Omega + 20\ \Omega = \mathbf{30\ \Omega}$$

$$\mathbf{I} = \frac{U}{R} = \frac{12\ V}{30\ \Omega} = \mathbf{0{,}4\ A}$$

$$\mathbf{U_1} = R_1 \cdot I = 10\ \Omega \cdot 0{,}4\ A = \mathbf{4\ V}$$

$$\mathbf{U_2} = R_2 \cdot I = 20\ \Omega \cdot 0{,}4\ A = \mathbf{8\ V}$$



مدار موازی مقاومتها

مقاومت کل

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots$$

$$R^{1)} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

ولتاژ کل

$$U = U_1 = U_2 = \dots$$

جریان کل

$$I = I_1 + I_2 + \dots$$

جریانهای جزء

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

مقاومت کل، مقاومت معادل به Ω R — جریان کل به A I

مقاومتهای جزء به Ω R_1, R_2 — ولتاژ به V U

جریانهای جزء به A I_1, I_2

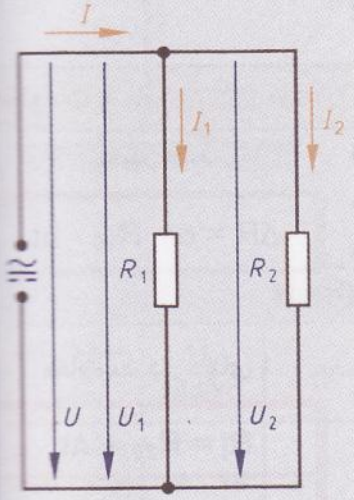
ولتاژهای جزء به V U_1, U_2

مثال: $R_1 = 15\ \Omega$؛ $R_2 = 30\ \Omega$؛ $U = 12\ V$؛ $R = ?$؛ $I = ?$؛ $I_1 = ?$؛ $I_2 = ?$

$$\mathbf{R} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{15\ \Omega \cdot 30\ \Omega}{15\ \Omega + 30\ \Omega} = \mathbf{10\ \Omega}$$

$$\mathbf{I} = \frac{U}{R} = \frac{12\ V}{10\ \Omega} = \mathbf{1{,}2\ A}$$

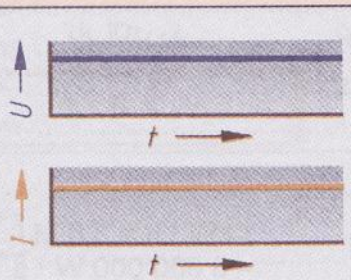
$$\mathbf{I_1} = \frac{U_1}{R_1} = \frac{12\ V}{15\ \Omega} = \mathbf{0{,}8\ A};\quad \mathbf{I_2} = \frac{U_2}{R_2} = \frac{12\ V}{30\ \Omega} = \mathbf{0{,}4\ A}$$



۱) محاسبه با این فرمول فقط برای مدار با دو مقاومت موازی صادق است.

انواع جریان

جریان مستقیم (DC[1]، علامت –)، ولتاژ مستقیم



شدت جریان

ثابت = I

ولتاژ

ثابت = U

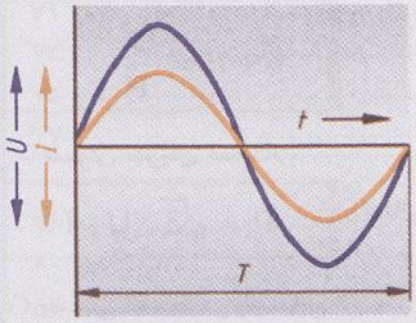
جریان مستقیم فقط در یک راستا جریان دارد و شدت‌جریان آن ثابت است. ضمناً مقدار ولتاژ هم ثابت است.

شدت جریان به A	I	ولتاژ به V	U
زمان به s	t		

۱) Direct Current

جریان متناوب (AC[2]، علامت ~)، ولتاژ متناوب

پریود و فرکانس



پریود

$$T = \frac{1}{f}$$

فرکانس

$$f = \frac{1}{T}$$

فرکانس دورانی

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T}$$

در یک مدار با ولتاژ متغیر طبق یک منحنی سینوسی، راستای جریان الکترونهای آزاد هم تغییر می‌کند.

فرکانس به 1/s، Hz	f	پریود به s	T
فرکانس دورانی به 1/s	ω	ولتاژ به V	U
شدت جریان به A	I	زمان به s	t

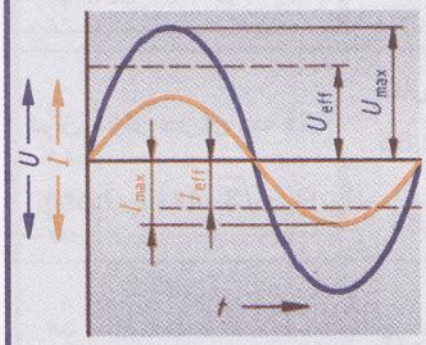
مثال : فرکانس 50 Hz، T = ? s

$$T = \frac{1}{50 \frac{1}{s}} = 0{,}02\ s$$

1 Hertz = 1 Hz = 1 پریود در یک ثانیه

۲) Alternating Current

مقدار حداکثر و مقدار مؤثر جریان و ولتاژ



حداکثر مقدار شدت‌جریان

$$I_{max} = \sqrt{2} \cdot I_{eff}$$

حداکثر مقدار ولتاژ

$$U_{max} = \sqrt{2} \cdot U_{eff}$$

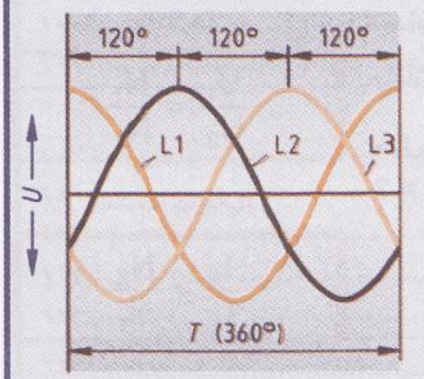
حداکثر مقدار شدت‌جریان به A	I_{max}	شدت جریان به A	I
مقدار مؤثر شدت جریان به A	I_{eff}	ولتاژ به V	U
حداکثر مقدار ولتاژ به V	U_{max}	زمان	t

مقدار مؤثر ولتاژ به V (از یک‌مدار با مقاومت اهمی، با همان توان ولی با ولتاژ مستقیم حاصل می‌شود) U_{eff}

مثال : $U_{eff} = 230\ V$؛ $U_{max} = ?$

$$U_{max} = \sqrt{2} \cdot 230\ V = 235\ V$$

جریان سه فاز (جریان متناوب سه فاز)



حداکثر مقدار ولتاژ

$$U_{max} = \sqrt{2} \cdot U_{eff}$$

جریان سه فاز از سه ولتاژ متناوب با اختلاف 120° از همدیگر نتیجه می‌شود.

ولتاژ مؤثر بین سیم فاز و نول = 230 V	U_{eff}		
ولتاژ مؤثر بین سیمهای فاز = 400 V	U_{eff}		
فاز 1	L1	ولتاژ به V	U
فاز 2	L2	پریود به s	T
فاز 3	L3		

کار و توان الکتریکی، ترانسفورماتور

کار الکتریکی

کار الکتریکی

$$W = P \cdot t$$

توان الکتریکی به W P — مدت زمان به h t

کار الکتریکی به kW · h W

مثال : اجاق آشپزی، $P = 1{,}8\ kW$؛ $t = 3\ h$؛ $W = ?$

$$W = P \cdot t = 1{,}8\ kW \cdot 3\ h = \mathbf{5{,}4\ kW \cdot h = 19{,}44\ MJ}$$

$1\ kW \cdot h = 3{,}6\ MJ$
$= 3\,600\,000\ W \cdot s$

توان الکتریکی جریان مستقیم و جریان متناوب- یا جریان سه فاز بدون اثر سلفی [۱]

توان جریان مستقیم یا جریان متناوب

$$P = U \cdot I$$

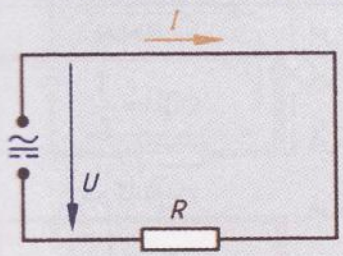
$$P = I^2 \cdot R$$

$$P = \frac{U^2}{R}$$

توان الکتریکی به W P — شدت‌جریان به A I

ولتاژ (ولتاژ خط) به V U — مقاومت به Ω R

جریان مستقیم یا جریان متناوب



مثال ۱ : لامپ شیشه‌ای، $U = 6\ V$؛ $I = 5\ A$؛ $P = ?$؛ $R = ?$

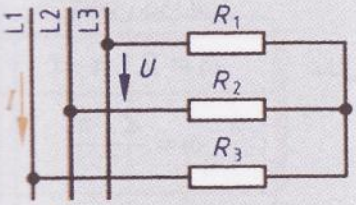
$$P = U \cdot I = 6\ V \cdot 5\ A = \mathbf{30\ W}$$

$$R = \frac{U}{I} = \frac{6\ V}{5\ A} = \mathbf{1{,}2\ \Omega}$$

توان جریان سه فاز

$$P = \sqrt{3} \cdot U \cdot I$$

جریان سه فاز



مثال ۲ : کوره، جریان سه فاز، $U = 400\ V$؛ $P = 12\ kW$؛ $I = ?$

$$I = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot U} = \frac{12\,000\ W}{\sqrt{3} \cdot 400\ V} = \mathbf{17{,}3\ A}$$

۱) یعنی فقط در وسایل گرمایی (مقاومتهای اهمی)

توان الکتریکی جریان متناوب و جریان سه فاز با اثر القایی بار [۲]

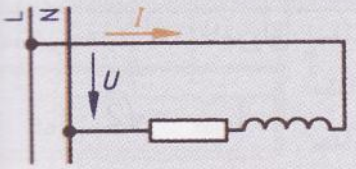
توان مؤثر جریان متناوب

$$P = U \cdot I \cdot \cos\varphi$$

توان مؤثر به W P — شدت‌جریان به A I

ولتاژ (ولتاژ خط) به V U — ضریب توان φ

جریان متناوب

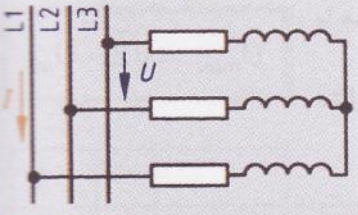


مثال : موتور سه‌فاز، $U = 400\ V$؛ $I = 2\ A$؛ $\cos\varphi = 0{,}85$؛ $P = ?$

توان مؤثر جریان سه فاز

$$P = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos\varphi$$

جریان سه فاز



$$P = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos\varphi = \sqrt{3} \cdot 400\ V \cdot 2\ A \cdot 0{,}85$$
$$= 1178\ W \approx \mathbf{1{,}2\ kW}$$

۲) مثلا در موتورها و ژنراتورهای الکتریکی

ترانسفورماتور

ولتاژها

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

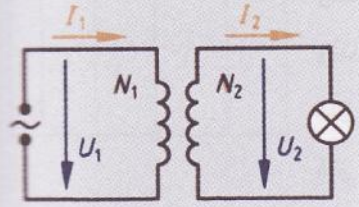
شدت جریانها

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}$$

تعداد حلقه‌ها N_1, N_2 — شدت‌جریانها به A I_1, I_2

ولتاژ به V U_1, U_2

سمت ورودی (سیم‌پیچ اولیه) — سمت خروجی (سیم‌پیچ ثانویه)



مثال : $N_1 = 2875$؛ $N_2 = 100$؛ $U_1 = 230\ V$؛ $I_1 = 0{,}25\ A$؛ $U_2 = ?$؛ $I_2 = ?$

$$U_2 = \frac{U_1 \cdot N_2}{N_1} = \frac{230\ V \cdot 100}{2875} = \mathbf{8\ V}$$

$$I_2 = \frac{I_1 \cdot N_1}{N_2} = \frac{0{,}25\ A \cdot 2875}{100} = \mathbf{7{,}2\ A}$$